

**Основной Государственный Экзамен по
МАТЕМАТИКЕ, 9 класс**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: в части 1 - 14 заданий; в части 2 - 3 задания. Модуль «Геометрия» содержит 9 заданий: в части 1 - 6 заданий; в части 2 - 3 задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, тона нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения

$$\frac{22}{4,4 \cdot 2,5}$$

Ответ: _____.

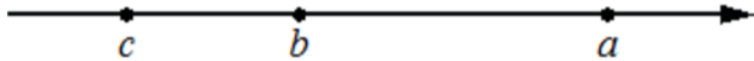
2 Расстояние от Марса до Солнца равно 228 млн км. В каком случае записана эта же величина?

- 1) $2,28 \cdot 10^6$ км
- 2) $2,28 \cdot 10^7$ км
- 3) $2,28 \cdot 10^8$ км
- 4) $2,28 \cdot 10^9$ км

Ответ:



3 На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Какая из разностей $a - b$, $a - c$, $c - b$ отрицательна?

- 1) $a - b$
- 2) $a - c$
- 3) $c - b$
- 4) ни одна из них

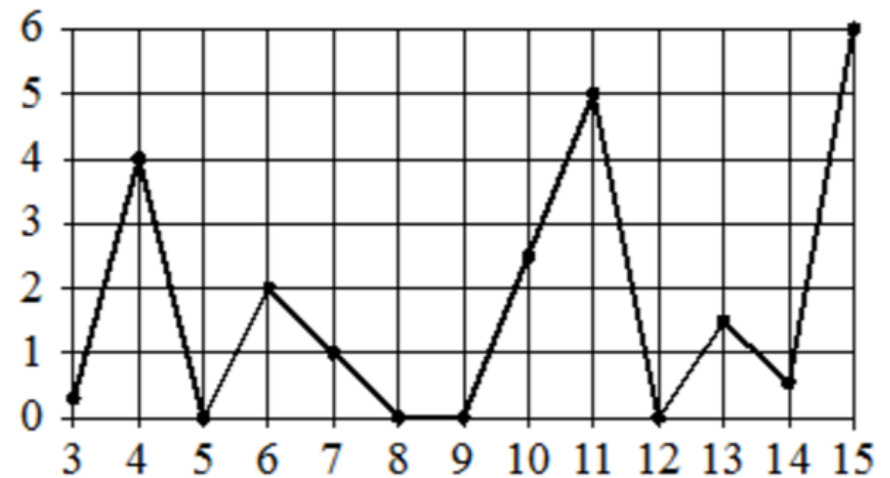
Ответ:

4 Какое из данных ниже чисел является значением выражения $3^{-11} \cdot (3^5)^2$?

- 1) $\frac{1}{3}$
- 2) 81
- 3) -3
- 4) $\frac{1}{81}$

Ответ:

5 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какое наибольшее суточное количество осадков выпадало в Казани в данный период. Ответ дайте в миллиметрах.



Ответ: _____.

6 Решите уравнение

$$5x^2 - 10x = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

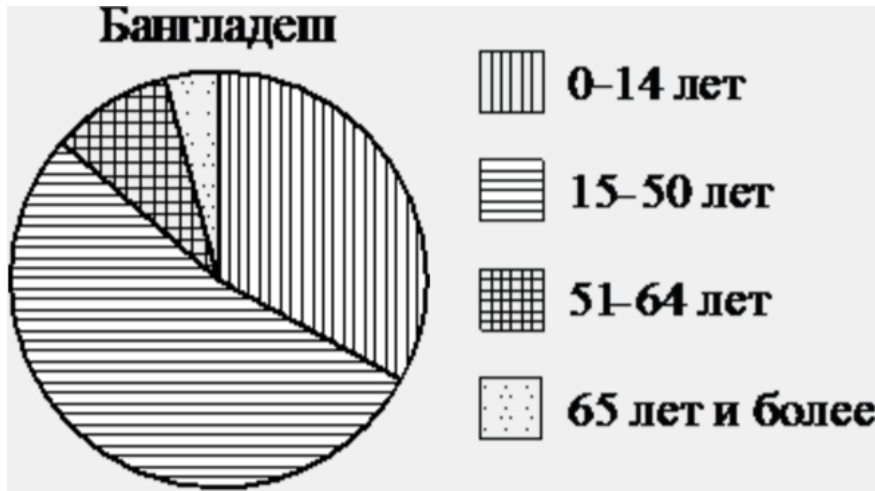
Ответ: _____.



7 Поступивший в продажу в феврале мобильный телефон стоил 1800 рублей. В июне он стал стоить 1530 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с февраля по июнь?

Ответ: _____.

8 На диаграмме показан возрастной состав населения Бангладеш. Определите по диаграмме, какая из возрастных категорий самая малочисленная.



- 1) 0-14 лет
- 2) 15-50 лет
- 3) 51-64 лет
- 4) 65 лет и более

В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

Ответ: _____.

9 В магазине канцтоваров продаётся 165 ручек: 37 красных, 16 зелёных, 46 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет синей или чёрной.

10 Ответ: _____.
Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

А)

Б)

В)

ФОРМУЛЫ

1) $y = -2x - 1$ 2) $y = -2x + 1$ 3) $y = 2x + 1$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11 Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии:
...; -6; x; -2; 0; ...
Найдите x.

Ответ: _____.

12 Найдите значение выражения

$$10ab - (a + 5b)^2$$

при $a = \sqrt{10}$, $b = \sqrt{14}$.

Ответ: _____.



13 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2},$$

где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_1 , если $d_2 = 7$, $\sin \alpha = \frac{2}{7}$, а $S = 4$.

Ответ: _____.

14 Укажите решение неравенства

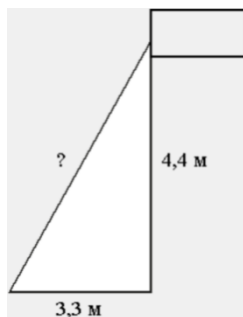
$$(x + 2)(x - 7) \leq 0.$$

- 1) $[-2; 7]$
- 2) $(-\infty; -2] \cup [7; +\infty)$
- 3) $(-\infty; 7]$
- 4) $(-\infty; -2]$

Ответ:

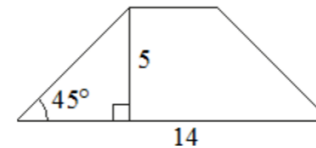
Модуль «Геометрия»

15 Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 4,4 м от земли. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 3,3 м. Найдите длину троса. Ответ дайте в метрах.



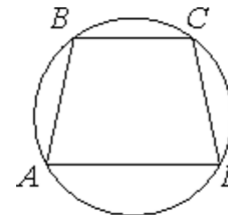
Ответ: _____.

16 В равнобедренной трапеции известна высота, большее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите меньшее основание.



Ответ: _____.

17 Угол A трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , вписанной в окружность, равен 81° . Найдите угол C этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

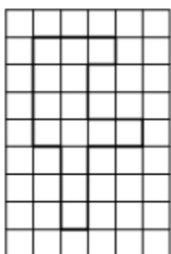
18 Сторона квадрата равна $3\sqrt{2}$. Найдите площадь этого квадрата.



Ответ: _____.



- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

- 20 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Вертикальные углы равны.
- 2) Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны.
- 3) Диагонали любого прямоугольника делят его на четыре равных треугольника.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение
 $x^4 = (x - 20)^2$.

- 22 Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставался 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 8 км/ч меньше скорости второго.

- 23 Постройте график функции
 $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$.

Определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24 Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 6$, $AC = 24$.

- 25 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

- 26 Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 4 и 15 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Проверьте, что каждый ответ записан в строке с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
 Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-88725006_38530429
 (также доступны другие варианты для скачивания)





Система оценивания экзаменационной работы по математике
За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	2
2	3
3	3
4	1
5	6
6	2
7	15
8	4
9	0,4
10	231
11	-4
12	-360
13	4
14	1
15	5,5
16	4
17	99
18	18
19	14
20	1

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:	
ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	7 лет репетиторской деятельности
Регалии:	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
Аккаунт ВК:	https://vk.com/eugene10
Сайт и доп. информация:	https://vk.com/shkolapifagora https://youtube.com/ШколаПифагора

Решения заданий части 2
Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение
 $x^4 = (x - 20)^2$.

Решение:

Разность квадратов

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\begin{aligned} (x^2)^2 &= (x - 20)^2 \\ (x^2)^2 - (x - 20)^2 &= 0 \\ (x^2 - (x - 20))(x^2 + (x - 20)) &= 0 \\ (x^2 - x + 20)(x^2 + x - 20) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - x + 20 &= 0 \\ D = b^2 - 4ac &= -79 \\ \text{Нет корней} \end{aligned}$$

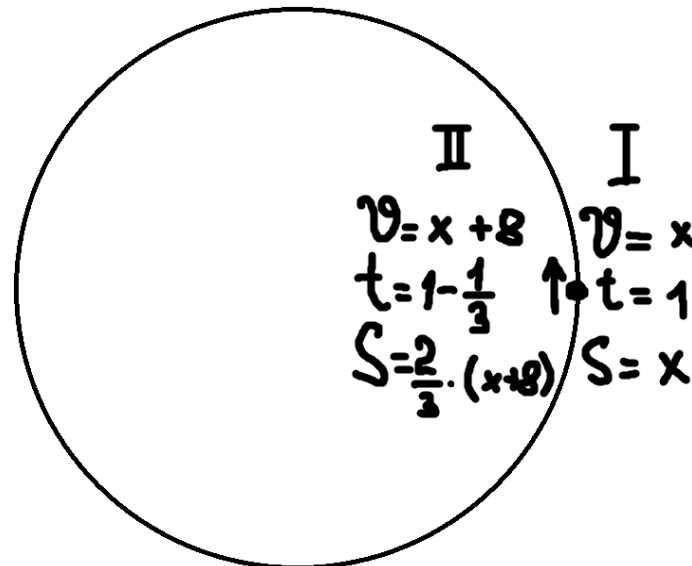
$$\begin{aligned} x^2 + x - 20 &= 0 \\ D = b^2 - 4ac &= 81 \\ x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} &= 4 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} &= -5 \end{aligned}$$

Ответ: -5; 4

22 Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставался 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 8 км/ч меньше скорости второго.

Решение:

20 минут – это $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ часа



$S_{\text{прохождения всего круга II}} - S_I = 1$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \cdot (x + 8) - x &= 1 \\ \frac{16}{3} - \frac{3}{3} &= \frac{1}{3}x \\ \frac{13}{3} &= \frac{1}{3}x \\ x &= 13 \end{aligned}$$

Ответ: 13

23 Постройте график функции
 $y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$.

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение:

Раскрываем модуль двумя случаями:



$\frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \geq 0$ $\frac{x^2 - 12,25}{3,5x} \geq 0$ <p>Решим методом интервалов:</p> <p>Тогда</p> $y = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$ $y = \frac{1}{2} \left(\frac{2x}{3,5} \right)$ $y = \frac{x}{3,5}$	$\frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} < 0$ $\frac{x^2 - 12,25}{3,5x} < 0$ <p>Решим методом интервалов:</p> <p>Тогда</p> $y = \frac{1}{2} \left(-\frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$ $y = \frac{1}{2} \left(\frac{7}{x} \right)$ $y = \frac{3,5}{x}$
---	---

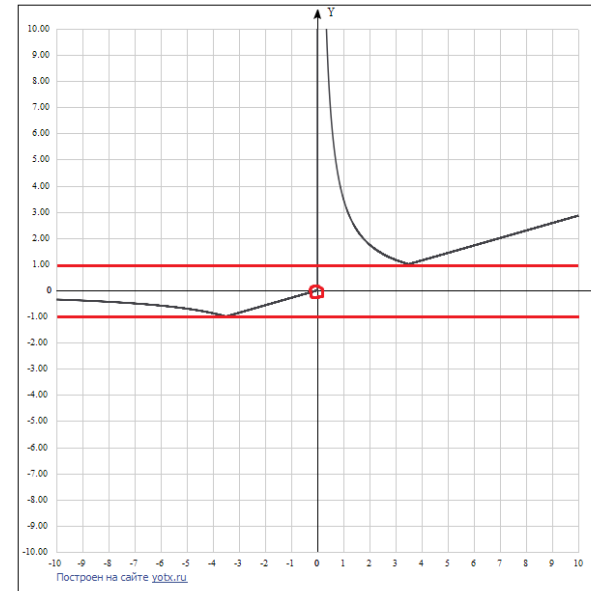
Получаем кусочно-заданную функцию:

$$y = \begin{cases} \frac{x}{3,5} & \text{при } x \in [-3,5; 0) \cup [3,5; +\infty) \\ \frac{3,5}{x} & \text{при } x \in (-\infty; -3,5) \cup (0; 3,5) \end{cases}$$

Заполним таблицу значений функции:

x	-7	-3,5	-2	-1	1	2	3,5	7
y	-0,5	-1	$-\frac{4}{7}$	$-\frac{2}{7}$	3,5	1,75	1	2

Построим график и проведём прямые $y = t$, при которых будет одна общая точка с графиком:



Ответ: -1; 1

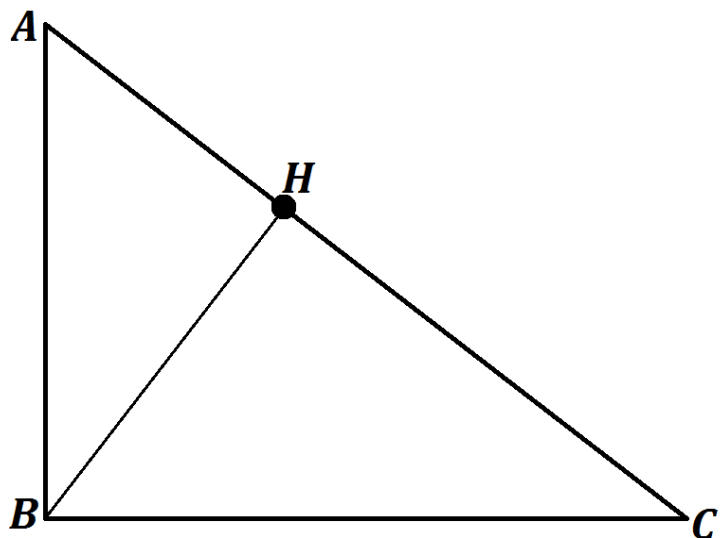
Модуль «Геометрия»

24

Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 6$, $AC = 24$.

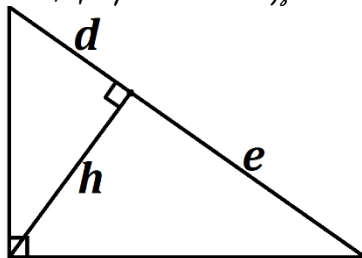
Решение:





$$CH = AC - AH = 24 - 6 = 18$$

Высота, проведённая к гипотенузе



$$h^2 = d \cdot e$$

$$BH^2 = AH \cdot CH$$

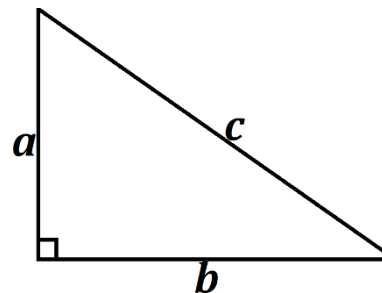
$$BH^2 = 6 \cdot 18$$

$$BH^2 = 36 \cdot 3$$

$$BH = 6\sqrt{3}$$

Найдём гипотенузу по теореме Пифагора:

Теорема Пифагора



Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов
 $c^2 = a^2 + b^2$

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$AB^2 = 6^2 + (6\sqrt{3})^2$$

$$AB^2 = 4 \cdot 6^2$$

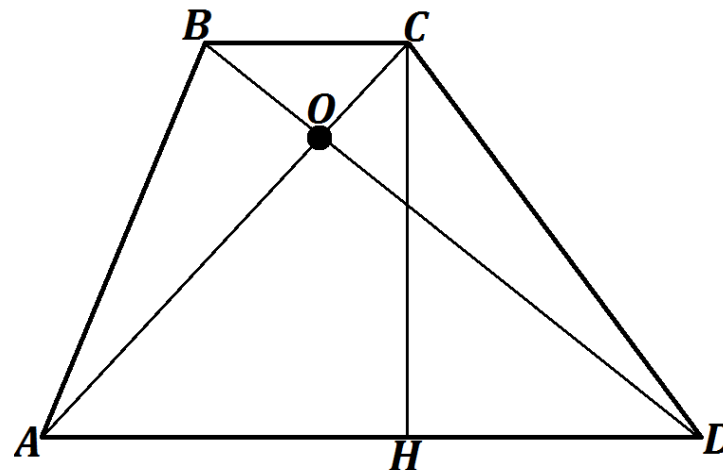
$$AB = 12$$

Ответ: 12

25

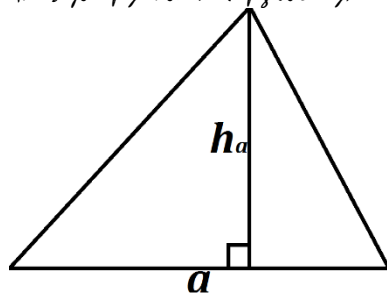
В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

Решение:



Пусть H – основание перпендикуляра из точки C на AD

Площадь треугольника (через высоту)



$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CH$$

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CH$$

$$\Rightarrow S_{ACD} = S_{ABD}$$

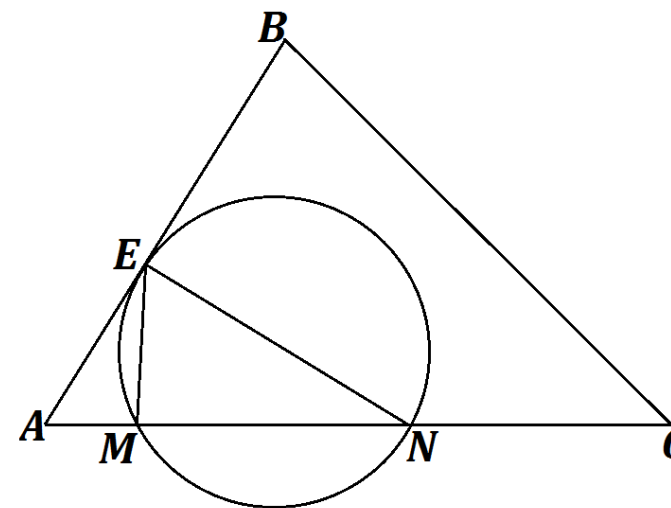
$$S_{AOD} + S_{COD} = S_{AOD} + S_{ABO}$$

$$S_{COD} = S_{ABO}$$

■

26 Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 4 и 15 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Решение:



1

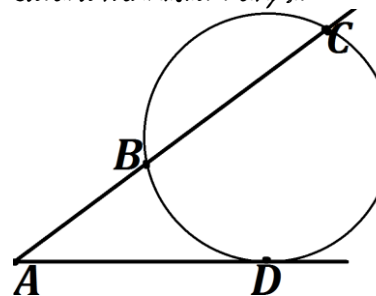
$$AM = 4$$

$$AN = 15$$

$$MN = AN - AM = 15 - 4 = 11$$

Пусть E – точка касания прямой AB и окружности

Свойство касательной и секущей



$$AD^2 = AB \cdot AC$$

$$AE^2 = AM \cdot AN \text{ (по свойству касательной и секущей)}$$

$$AE^2 = 4 \cdot 15 = 60$$

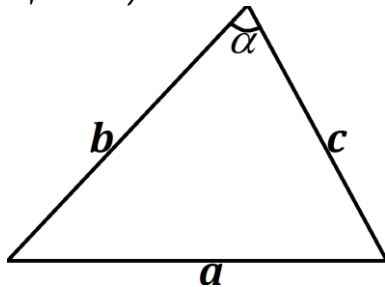
$$AE = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$

2



Рассмотрим треугольник AEM

Теорема Косинусов



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

или

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$EM^2 = AE^2 + AM^2 - 2AE \cdot AM \cdot \cos \angle EAM \quad (\text{по т. косинусов})$$

$$EM^2 = 60 + 16 - 4\sqrt{15} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = 16$$

$$EM = 4$$

Рассмотрим треугольник AEN

$$EN^2 = AE^2 + AN^2 - 2AE \cdot AN \cdot \cos \angle EAM \quad (\text{по т. косинусов})$$

$$EN^2 = 60 + 225 - 4\sqrt{15} \cdot 15 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = 60$$

$$EN = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$

3

Рассмотрим треугольник MEN

$$\cos \angle MEN = \frac{EM^2 + EN^2 - MN^2}{2 \cdot EM \cdot EN} \quad (\text{по т. косинусов})$$

$$\cos \angle MEN = \frac{16 + 60 - 121}{2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{15}} = \frac{-45}{16\sqrt{15}} = \frac{-3 \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{15}}{16\sqrt{15}}$$

$$= \frac{-3 \cdot \sqrt{15}}{16}$$

Основное тригонометрическое тождество

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

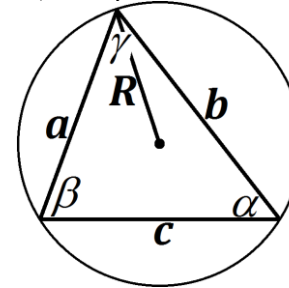
$\sin^2 \angle MEN + \cos^2 \angle MEN = 1$ (по основному тригонометрическому тождеству)

$$\sin^2 \angle MEN + \frac{135}{256} = 1$$

$$\sin^2 \angle MEN = 1 - \frac{135}{256} = \frac{256}{256} - \frac{135}{256} = \frac{121}{256}$$

$$\sin \angle MEN = \frac{11}{16}$$

Теорема синусов



$$\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$$

или

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

$$\frac{MN}{\sin \angle MEN} = 2R \quad (\text{по т. синусов})$$

$$\frac{11}{16} = 2R$$

$$16 = 2R$$

$$R = 8$$

Ответ: 8

