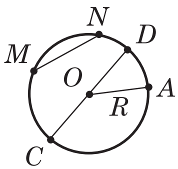
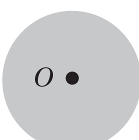
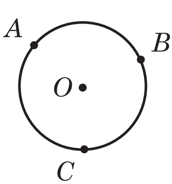
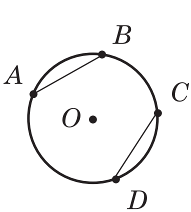
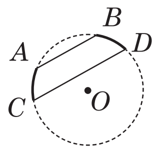
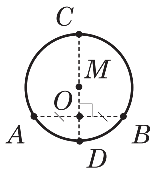
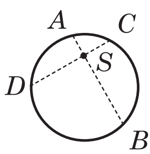
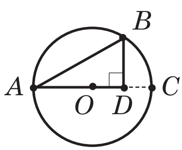
Окружность и круг

	**Окружность** — множество точек плоскости, расстояние от которых до данной точки (центра окружности) одинаково. O — центр окружности. **Радиус окружности** — расстояние от центра до точки на окружности. OA, OC, OD — радиусы. Обозначается R или r. **Хорда** — отрезок, соединяющий две точки на окружности. MN, CD — хорды. **Диаметр** — хорда, проходящая через центр (обозначается D или d). $D = 2R$, $CD = 2OA$
	**Круг** — множество точек плоскости, расстояние до которых от данной точки (центра круга) не превышает данного расстояния (радиуса круга)

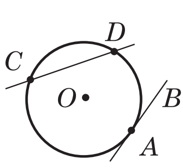
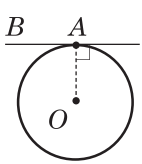
Окружность, хорды и дуги

	**Дуга окружности** — часть окружности, ограниченная двумя её точками. $\cup AB$, $\cup BC$, $\cup AC$
Свойства	
	Равные дуги стягивают равные хорды. Если $\cup AB = \cup CD$, то $AB = CD$. Равные хорды стягивают равные дуги. Если $AB = CD$, то $\cup AB = \cup CD$

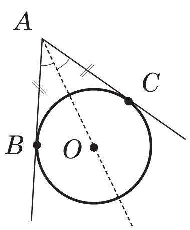
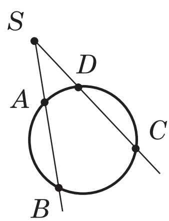
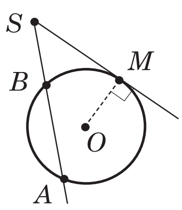
Окончание таблицы

	Параллельные хорды отсекают от окружности равные дуги. Если $AB \parallel CD$, то $\cup AC = \cup BD$
	CD — диаметр, AB — хорда. Если $CD \perp AB$, то $AM = MB$; если $AM = MB$, то $CD \perp AB$
	Если хорды AB и CD пересекаются в точке S, то $AS \cdot SB = CS \cdot SD$
	Если AB — хорда, AC — диаметр, $BD \perp AC$, то $AB^2 = AD \cdot AC;\ BD^2 = AD \cdot DC$

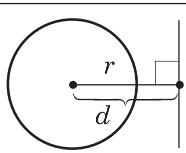
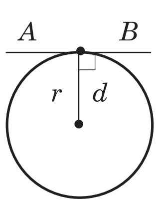
Окружность, касательные и секущие

	**Касательная** — прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку. AB — касательная. **Секущая** — прямая, имеющая с окружностью две общие точки. CD — секущая
Свойства	
	$OA \perp AB$ Касательная перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания

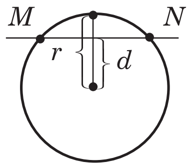
Окончание таблицы

<table>
<tr><td>
</td><td>$AB = AC$
OA — биссектриса $\angle BAC$.
Если из одной точки к окружности проведены две касательные, то:
а) отрезки касательных равны;
б) биссектриса угла между касательными проходит через центр окружности</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Если SB и SC — секущие,
то $SA \cdot SB = SD \cdot SC$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Если SM — касательная, SA — секущая,
то $SM^2 = SB \cdot SA$</td></tr>
</table>

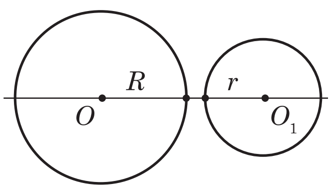
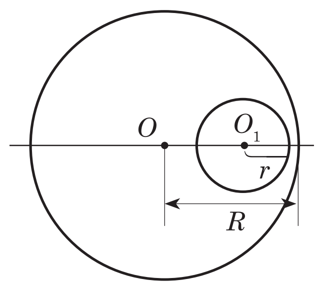
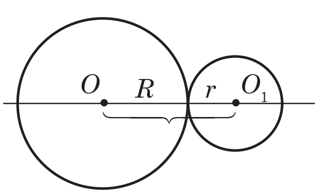
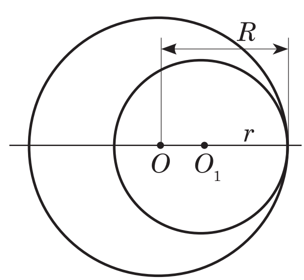
Взаимное расположение прямой и окружности

<table>
<tr><td colspan="2">d — расстояние от центра окружности до прямой,
r — радиус окружности</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$d > r$
Общих точек нет</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$d = r$
Одна общая точка
AB — касательная</td></tr>
</table>

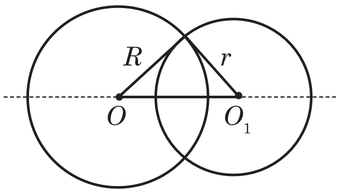
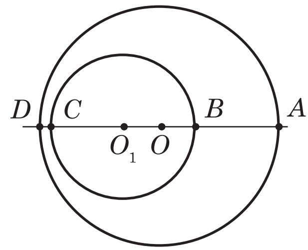
Окончание таблицы

	$d < r$ Две общие точки MN — секущая

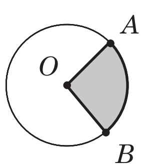
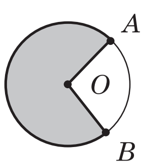
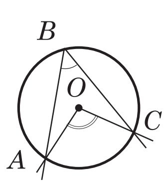
Взаимное расположение двух окружностей

OO_1 — расстояние между центрами, R и r — радиусы окружностей ($R > r$)	
Окружности не имеют общих точек	
 Окружности лежат одна вне другой $R + r < OO_1$	 Одна окружность лежит внутри другой $OO_1 < R - r$
Окружности касаются (одна общая точка)	
 Касаются внешне $OO_1 = R + r$	 Касаются внутренне $OO_1 = R - r$

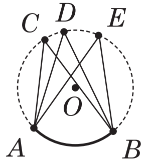
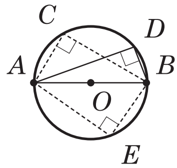
Окончание таблицы

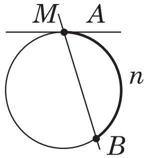
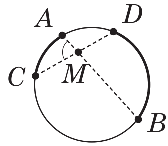
Окружности пересекаются (две общие точки)	
$R-r<OO_1<R+r$	
	

Углы в окружности

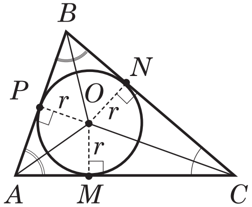
 	**Центральный угол** — плоский угол с вершиной в центре окружности. $\angle AOB$ — центральный угол. $\angle AOB = \cup AB$. Центральный угол измеряется дугой, на которую он опирается
	**Вписанный угол** — угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают её. $\angle ABC$ — вписанный. Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, и половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу: $\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$ $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$

Окончание таблицы

	Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны между собой. $\angle ACB = \angle ADB = \angle AEB$
	Вписанные углы, которые опираются на диаметр, прямые. $\angle ACB = \angle ADB = \angle AEB = 90°$

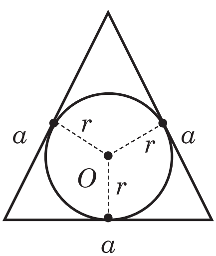
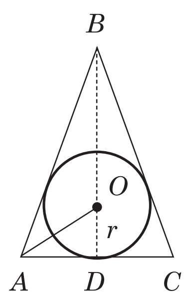
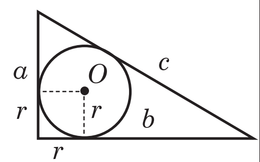
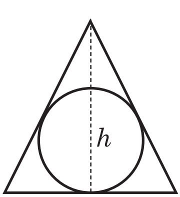
Угол между касательной и секущей	**Угол между хордами**
 MA — касательная; MB — секущая $\angle AMB = \frac{1}{2} \cup MnB$	 AB и CD — хорды $\angle AMC = \frac{1}{2}(\cup AC + \cup BD)$

Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника

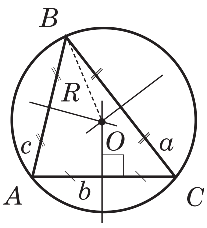
Вписанная окружность	
	Окружность называется **вписанной** в треугольник, если она касается всех его сторон. Центр этой окружности — точка пересечения **биссектрис** углов треугольника. $r = \dfrac{2S}{a+b+c}$ или $r = \dfrac{S}{p}$,

Окончание таблицы

	где $p = \dfrac{a+b+c}{2}$, S — площадь треугольника, p — полупериметр, a, b, c — длины сторон

<table>
<tr><th>Равно-
сторонний
треугольник</th><th>Равно-
бедренный
треугольник</th><th>Прямо-
угольный
треугольник</th></tr>
<tr>
<td>
$r = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$
Точка O — центр вписанной и описанной окружности, точка пересечения биссектрис, медиан, высот</td>
<td>
$AB = BC$
BD — высота, медиана, биссектриса, высота.
$OD = r$</td>
<td>
a и b — катеты,
c — гипотенуза
$r = \dfrac{a+b-c}{2}$
$a+b = 2R+2r$,
R — радиус описанной окружности</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Задача.
В равностороннем треугольнике высота равна 12 см. Найти радиус вписанной окружности.
Решение.
h — высота, она же и медиана, поэтому $BO : OD = 2 : 1$.
$OD = r = 12 : 3 = 4$ (см)</td>
<td></td>
</tr>
</table>

Описанная окружность

	Окружность называется **описанной** около треугольника, если она проходит через все **его вершины**. Центр этой окружности — точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника. $OA = OB = OC = R$

В произвольном треугольнике: $R = \dfrac{abc}{4S}$; $R = \dfrac{a}{2\sin A}$.

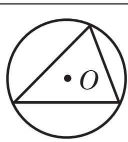
В равностороннем треугольнике: $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

В прямоугольном треугольнике: $R = \dfrac{c}{2}$,

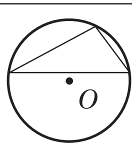
где c — гипотенуза треугольника

Положение точек описанной окружности в зависимости от вида треугольника

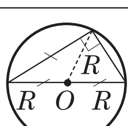
Остроугольный

	Центр — во внутренней области треугольника

Тупоугольный

	Центр — вне области треугольника

Прямоугольный

	$R = \dfrac{c}{2} = m_c$	Центр — совпадает с серединой гипотенузы