Методы решения неравенств, содержащих знак модуль.

I) Неравенства вида $|f(x)| \le A$ решаются следующим образом.

Если $A < 0$, то решений нет

Если $A = 0$, то $f(x) = 0$

Если $A > 0$, то неравенству $|f(x)| \le A$ равносильна система $\begin{cases} f(x) \le A \\ f(x) \ge -A \end{cases}$

II) Неравенства вида $|f(x)| < A$ решаются следующим образом.

Если $A < 0$, то решений нет

Если $A = 0$, то решений нет

Если $A > 0$, то неравенству $|f(x)| < A$ равносильна система $\begin{cases} f(x) < A \\ f(x) > -A \end{cases}$

III) Неравенства вида $|f(x)| \ge A$ решаются следующим образом.

Если $A < 0$, то неравенство верно для любых **x** из области определения $f(x)$

Если $A = 0$, то неравенство верно для любых **x** из области определения $f(x)$

Если $A > 0$, то неравенству $|f(x)| \ge A$ равносильна совокупность $\left[\begin{array}{l} f(x) \ge A \\ f(x) \le -A \end{array}\right.$

IV) Неравенства вида $|f(x)| > A$ решаются следующим образом.

Если $A < 0$, то неравенство верно для любых **x** из области определения $f(x)$

Если $A = 0$, то неравенству $|f(x)| > A$ равносильна система $\begin{cases} f(x) \ne 0 \\ x \in D(f) \end{cases}$

Если $A > 0$, то неравенству $|f(x)| > A$ равносильна система $\begin{cases} f(x) > A \\ f(x) < -A \end{cases}$

V) Неравенства вида $|f(x)| < g(x)$ решаются следующим образом.

Если $g(x) < 0$, то решений нет.

Если $g(x) = 0$, то решений нет.

Если $g(x) > 0$, то неравенству $|f(x)| < g(x)$ равносильна система $\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > -g(x) \end{cases}$

VI) Неравенства вида $|f(x)| \le g(x)$ решаются следующим образом.

Если $g(x) < 0$, то решений нет.

Если $g(x) = 0$, то неравенству $|f(x)| \le g(x)$ соответствует уравнение $f(x) = 0$

Если $g(x) > 0$, то неравенству $|f(x)| \le g(x)$ равносильна система $\begin{cases} f(x) \le g(x) \\ f(x) \ge -g(x) \end{cases}$

VII) Неравенства вида $|f(x)| > g(x)$ решаются следующим образом.

Если $g(x) < 0$, то неравенство $|f(x)| > g(x)$ верно для любых значений **x** из области определения неравенства $\left(f(x)\ и\ g(x)\right)$

Если $g(x) = 0$, то неравенству $|f(x)| > g(x)$ равносильна система $\begin{cases} f(x) \ne 0 \\ x \in D(f) \\ x \in D(g) \end{cases}$

Если $g(x) > 0$, то неравенству $|f(x)| > g(x)$ равносильна совокупность $\left[\begin{array}{l} f(x) > g(x) \\ f(x) < -g(x) \end{array}\right.$

VIII) Неравенства вида $|f(x)| \geq g(x)$ решаются следующим образом.

Если $g(x) < 0$, то неравенство $|f(x)| \geq g(x)$ верно для любых значений **x** из области определения неравенства $\left(f(x)\ и\ g(x)\right)$

Если $g(x) = 0$, то неравенство $|f(x)| \geq g(x)$ верно для любых значений **x** из области определения неравенства $\left(f(x)\ и\ g(x)\right)$

Если $g(x) > 0$, то неравенству $|f(x)| \geq g(x)$ равносильна совокупность $\left[\begin{array}{l} f(x) \geq g(x) \\ f(x) \leq -g(x) \end{array}\right.$

IX) Неравенства вида $|f(x)| \geq |g(x)|$ и $|f(x)| \leq |g(x)|$ решаются следующим образом.

Неравенству $|f(x)| \geq |g(x)|$ соответствует неравенство $f^2(x) \geq g^2(x)$ (либо общий способ)

Неравенству $|f(x)| \leq |g(x)|$ соответствует неравенство $f^2(x) \leq g^2(x)$ (либо общий способ)

X) Решение неравенств используя определение модуля (общий способ).

P.S
Любое неравенство можно решит **общим способом**.