# 6 РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

## 6.1. Основные понятия и определения

Равенство, содержащее переменную, называют *уравнением*:

$$f(x)=g(x).$$

Значение переменной, при подстановке которого в уравнение, получаем верное равенство, называют корнем (решением) уравнения.

Решить уравнение – значит найти все его корни или доказать, что их нет.

Число $k \in \mathbf{N}$ называют кратностью корня $x_1$ уравнения $(x-x_1)^k(x-x_2)=0$, а число $x_1$ – $k$-кратным корнем этого уравнения. Если $k=1$, то говорят о простом корне уравнения. В нашем случае число $x_2$ – простой корень уравнения.

Уравнения являются равносильными, если они имеют равные корни (либо не имеют корней).

Составить уравнение – значит установить и выразить в математической форме связь между известными величинами задачи и искомыми величинами.

## 6.2. Преобразование уравнений в равносильные им уравнения

Равносильные уравнения получают в результате следующих преобразований:

1) при переносе слагаемых из одной части уравнения в другую с противоположным знаком;

2) при умножении или делении обеих частей уравнения на одно и то же отличное от нуля число;

3) при замене уравнения $\dfrac{f(x)}{g(x)}=0$ равносильной системой уравнений $\begin{cases} f(x)=0, \\ g(x)\neq 0. \end{cases}$

Существует ряд преобразований, которые могут привести к уравнению, неравносильному данному. К таким преобразованиям относят:

1) возведение обеих частей уравнения в четную степень (в результате могут появиться посторонние корни);

2) умножение обеих частей уравнения на выражение, содержащее переменную (могут появиться посторонние корни);

3) деление обеих частей уравнения на выражение, содержащее переменную (может произойти потеря корней).

Чтобы избежать посторонних корней необходимо все преобразования проводить с учетом области допустимых значений переменной или выполнять проверку полученных корней подстановкой их в исходное уравнение.

## Тест для проверки теоретических знаний

*Укажите все правильные варианты ответов (1–3):*

**1.** Равносильные уравнения получают в результате следующих преобразований:

1) при переносе слагаемых из одной части уравнения в другую с противоположным знаком;

2) при умножении обеих частей уравнения на одно и то же отличное от нуля число;

3) при переносе слагаемых из одной части уравнения в другую с тем же знаком;

4) при делении обеих частей уравнения на одно и то же отличное от нуля число;

5) при умножении обеих частей уравнения на число нуль;

6) при делении обеих частей уравнения на число нуль.

**2.** Неравносильные уравнения могут быть получены в результате следующих преобразований:

1) при возведении обеих частей уравнения в четную степень;

2) при умножении обеих частей уравнения на выражение, содержащее переменную;

3) при делении обеих частей уравнения на выражение, содержащее переменную;

4) при возведении обеих частей уравнения в нечетную степень;

5) при вычитании из обеих частей уравнения одного и того же числа;

6) при умножении обеих частей уравнения на число $-1$.

**3.** Уравнение $\frac{f(x)}{g(x)}=0$ равносильно:

1) уравнению $f(x)=0$;

2) уравнению $g(x)\neq 0$;

3) совокупности уравнений $\left[\begin{array}{l} f(x)=0, \\ g(x)=0; \end{array}\right.$

4) совокупности уравнений $\left[\begin{array}{l} f(x)=0, \\ g(x)\neq 0; \end{array}\right.$

5) системе уравнений $\begin{cases} f(x)=0, \\ g(x)=0; \end{cases}$

6) системе уравнений $\begin{cases} f(x)=0, \\ g(x)\neq 0. \end{cases}$

*Установите соответствие:*

**4.** Уравнение $(x-x_1)(x-x_2)^3(x-x_3)^2=0$ имеет:

| КОРЕНЬ | ВИД КОРНЯ |
|---|---|
| 1) $x_1$; | а) простой; |
| 2) $x_2$; | б) 2 – кратный; |
| 3) $x_3$. | в) 3 – кратный; |
| | г) $n$ – кратный; |
| | д) сложный. |

***Ответы***

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Вариант правильного ответа | 1, 2, 4 | 1, 2, 3 | 6 | 1 – а, 2 – в, 3 – б |

## Примеры

**Пример 1.** Найдите произведение всех действительных корней уравнения $0{,}2x^3-1{,}2x+1=0$.

*Решение.* Запишем уравнение в виде $x^3-6x+5=0$. Если уравнение имеет целые корни, то эти корни найдем среди делителей свободного члена.

Запишем делители числа 5: $\pm 1$; $\pm 5$.

Подберем корень уравнения: если $x_1=1$, то $1-6+5=0$, следовательно, число 1 – корень этого уравнения. Разделим обе части уравнения на двучлен $(x-1)$:

$$\begin{array}{r|l}
-\,x^3-6x+5 & x-1 \\
\underline{x^3-x^2\quad} & \overline{x^2+x-5} \\
-\,x^2-6x+5 & \\
\underline{x^2-x\quad\quad} & \\
-\,-5x+5 & \\
\underline{-5x+5} & \\
0 &
\end{array}$$

Решим уравнение $x^2+x-5=0$. Так как дискриминант уравнения $D=21>0$, то это уравнение имеет два корня, произведение которых равно $-5$.

Найдем произведение всех корней уравнения $x^3-6x+5=0$:

$$x_1\cdot x_2\cdot x_3=1\cdot(-5)=-5.$$

*Ответ*: $-5$.

**Пример 2.** Найдите сумму всех корней уравнения

$$\frac{20x}{4x^2-8x+7}+\frac{15x}{4x^2-10x+7}=5.$$

*Решение.* Так как число нуль не является корнем этого уравнения, то выполним следующее преобразование:

$$\frac{\frac{20x}{5x}}{\frac{4x^2}{x}-\frac{8x}{x}+\frac{7}{x}}+\frac{\frac{15x}{5x}}{\frac{4x^2}{x}-\frac{10x}{x}+\frac{7}{x}}=\frac{5}{5},\ \frac{4}{4x-8+\frac{7}{x}}+\frac{3}{4x-10+\frac{7}{x}}=1.$$

В результате подстановки $4x+\frac{7}{x}-9=a$ уравнение примет вид:

$\frac{4}{a+1}+\frac{3}{a-1}=1$, $\frac{4a-4+3a+3}{a^2-1}=1$, $\frac{7a-1}{a^2-1}=1$ $(a\neq\pm1)$, $a^2-1=7a-1$, $a^2-7a=0$, откуда $a_1=0$, $a_2=7$.

Учитывая подстановку, решим два уравнения:

1) $4x+\frac{7}{x}-9=0$, $4x^2-9x+7=0$, а поскольку $D<0$, то $x\in\varnothing$;

2) $4x+\frac{7}{x}-9=7$, $4x^2-16x+7=0$, а поскольку $D>0$, то $x_1+x_2=\frac{16}{4}=4$.

*Ответ*: $4$.

**Пример 3.** Решите уравнение $x^2+3x+\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}=\frac{47}{4}$.

*Решение.* Запишем уравнение в виде:

$$\left(3x+\frac{3}{x}\right)+\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=\frac{47}{4} \text{ или } 12\left(x+\frac{1}{x}\right)+4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=47.$$

Выполним следующие преобразования выражение $x^2+\frac{1}{x^2}$:

$$\left(x^2+\frac{1}{x^2}+2\cdot x\cdot\frac{1}{x}\right)-2\cdot x\cdot\frac{1}{x}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2.$$

Полагая $x+\frac{1}{x}=a$ и $x^2+\frac{1}{x^2}=a^2-2$, получим:

$$12a+4\left(a^2-2\right)=47,\ \ 4a^2+12a-55=0,$$

откуда $D=12^2+4\cdot 4\cdot 55=4^2\left(3^2+55\right)=4^2\cdot 64=(4\cdot 8)^2=32^2$;

$$a_1=\frac{-12-32}{8}=-\frac{11}{2},\ a_2=\frac{-12+32}{8}=\frac{5}{2}.$$

Учитывая подстановку, будем иметь:

1) $x+\frac{1}{x}=-\frac{11}{2}$, $2x^2+11x+2=0$, откуда $x_{1,2}=\frac{-11\pm\sqrt{105}}{4}$;

2) $x+\frac{1}{x}=-\frac{5}{2}$, $2x^2-5x+2=0$, откуда $x_1=2$, $x_2=\frac{1}{2}$.

*Ответ:* $\left\{\frac{1}{2};\ 2;\ \frac{-11-\sqrt{105}}{4};\ \frac{-11+\sqrt{105}}{4}\right\}$.

**Пример 4.** Найдите произведение наибольшего и наименьшего корней уравнения $(2x-1)(x+2)^3+(1-2x)(x-1)^3-18x+9=0$.

*Решение.* Запишем уравнение в виде:

$$(2x-1)(x+2)^3+(2x-1)(1-x)^3-9(2x-1)=0,$$

$$(2x-1)\left((x+2)^3+(1-x)^3-9\right)=0.$$

Решим совокупность уравнений:

1) $2x-1=0$, откуда $x=0{,}5$;

2) $x^3+6x^2+12x+8+1-3x+3x^2-x^3-9=0$, $9x^2+9x=0$, откуда $x=0$ и $x=-1$.

Данное уравнение имеет три корня: $-1;\ 0;\ 0{,}5$.

Найдем произведение наибольшего и наименьшего корней этого уравнения: $0{,}5\cdot(-1)=-0{,}5$.

*Ответ:* $-0{,}5$.

**Пример 5.** Найдите сумму квадратов корней уравнения

$$\frac{2x^2+12x+16}{3x+12}=\frac{2}{3}x^2-2x-2.$$

*Решение.* Умножив обе части уравнения на число $\frac{3}{2}$, получим:

$$\frac{x^2+6x+8}{x+12}=x^2-3x-3.$$

Разложим квадратный трехчлен $x^2+6x+8$ на линейные множители и сократим дробь на $x+4\neq0$:

$$\frac{(x+4)(x+2)}{x+4}=x^2-3x-3,\ x+2=x^2-3x-3,\ x^2-4x-5=0,$$

откуда $x_1=5$, $x_2=-1$.

Найдем сумму квадратов корней данного уравнения:

$$x_1^2+x_2^2=25+1=26.$$

*Ответ:* 26.

**Пример 6.** Решите систему уравнений $\begin{cases} x+y+\dfrac{x}{y}=9, \\ \dfrac{(x+y)x}{20y}=1 \end{cases}$.

*Решение.* Полагая $\begin{cases} x+y=a, \\ \dfrac{x}{y}=b, \end{cases}$ запишем данную систему уравнений в виде $\begin{cases} a+b=9, \\ a\cdot b=20. \end{cases}$

Легко заметить, что решением полученной системы уравнений являются пары чисел $a_1=4$, $b_1=5$ и $a_2=5$, $b_2=4$.

Учитывая подстановку, решим две системы уравнений:

1) $\begin{cases} x+y=4, \\ \dfrac{x}{y}=5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=4, \\ x=5y; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y=4, \\ x=5y; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{2}{3}, \\ x=\dfrac{10}{3}; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x+y=5, \\ \dfrac{x}{y}=4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y=5, \\ x=4y; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1, \\ x=4. \end{cases}$

*Ответ:* $\left(\frac{10}{3};\frac{2}{3}\right)$, $(4;1)$.

**Пример 7.** Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2y^3+x^3y^2=9, \\ x^2y^3-x^3y^2=3. \end{cases}$

*Решение.* Систему уравнений запишем в виде

$$\begin{cases} x^2y^2(y+x)=9, \\ x^2y^2(y-x)=3. \end{cases}$$

Разделим первое уравнение системы на второе:

$$\frac{x^2y^2(y+x)}{x^2y^2(y-x)}=\frac{9}{3},\ \frac{y+x}{y-x}=3.$$

По основному свойству пропорции запишем:

$$y+x=3y-3x\text{, откуда } y=2x.$$

Подставим значение $y=2x$ в первое уравнение системы и найдем значение переменной $x$:

$$x^2\cdot 8x^3+x^3\cdot 4x^2=9,\ 12x^5=9,\ x^5=0{,}75,\ x=\sqrt[5]{0{,}75}.$$

Найдем значение переменной $y$:

$$y=2,\ y=2\sqrt[5]{0{,}75}.$$

*Ответ:* $\left(\sqrt[5]{0{,}75};\ 2\sqrt[5]{0{,}75}\right)$.

**Пример 8.** Найдите $\frac{y_0}{x_0}$, если $(x_0;y_0)$ – координаты точки пересечения кривых $2^{-1}y^{-1}x-2^{-1}x^{-1}y=0{,}75$ и $x^6-16y^3+1=0$, причем абсцисса и ордината этой точки имеют противоположные знаки.

*Решение.* Координаты точек пересечения заданных кривых найдем, решая систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x}{2y}-\frac{y}{2x}=\frac{3}{4}, \\ x^6-16y^3=-1; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x}{y}-\frac{y}{x}=\frac{3}{2}, \\ x^6-16y^3=-1. \end{cases}$$

Рассмотрим первое уравнение системы и применим подстановку $\frac{x}{y}=a$, где $a\neq 0$. Решая уравнение $a-\frac{1}{a}=\frac{3}{2}$, получим:

$$2a^2-3a-2=0\text{, откуда } a_1=-\frac{1}{2},\ a_2=2.$$

Учитывая подстановку $\frac{x}{y}=a$, запишем: $\frac{x}{y}=-\frac{1}{2}$ или $\frac{x}{y}=2$.

Так как согласно условию задачи $\frac{y_0}{x_0}<0$, то $\frac{x}{y}=-\frac{1}{2}$, откуда $y=-2x$.

Подставляя значение $y=-2x$ во второе уравнение системы, запишем: $x^6+16\cdot 8\cdot x^3-1=0$. Получили квадратное уравнение относительно $x^3$, дискриминант которого положителен, следовательно, это уравнение имеет корни, а заданные кривые имеют точку пересечения, абсцисса и ордината которой имеют противоположные знаки. А так как $\frac{x}{y}=-\frac{1}{2}$, то $\frac{y_0}{x_0}=-2$.

*Ответ:* $-2$.

## Задачи для самостоятельного решения

Решите уравнения (1–19):

**1.** $\frac{2\sqrt{2}}{x^2-4}+\frac{\sqrt{2}}{2x-x^2}-\frac{\sqrt{32}-x\sqrt{2}}{x^2+2x}=0$.

**2.** $\frac{x^2+x-3}{x-4}-\frac{x^2-1}{x+3}=24$.

**3.** $\frac{3-x}{1-x}+\frac{x+3}{x+1}=\frac{x+6}{x+2}-\frac{6-x}{x-2}$.

**4.** $\frac{x-2}{x-1}+\frac{x+2}{x+1}+\frac{56}{30}=\frac{4-x}{3-x}+\frac{x+4}{x+3}$.

**5.** $(x-1)\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)+(2x-1)\left(x^2+2\right)=3$.

**6.** $\frac{3{,}5(x-2)(x-3)(x-4)}{(7-2x)(x+2)(x-6)}=1$.

**7.** $x^4+2^{-3}x^3+8x+1=0$.

**8.** $(x+3)^3+(-x-1)^3=56$.

**9.** $\left(\frac{x^2+6}{x^2-4}\right)^2=\left(\frac{x}{0{,}8-0{,}2x^2}\right)^2$.

**10.** $21\left(3x+\frac{3}{x^2}\right)-21\left(7+\frac{7}{x}\right)=0$.

**11.** $x+1+x^{-2}+x^{-3}=4x^{-1}$.

**12.** $\frac{2x^2+x}{x^2}+\frac{3x}{2(2x+1)}=2{,}5$.

**13.** $\frac{x^2+x-5}{x}+\frac{6x}{2x^2+2x-10}=-4$.

**14.** $x^4-\frac{50x}{2x^5-7x}=14$.

15. $\dfrac{12}{x(x+2)}-\dfrac{12}{(x+1)^2}=1$.

16. $\dfrac{1}{x^3+2}-\dfrac{5}{5x^3+15}=\dfrac{1}{12}$.

17. $\dfrac{7}{x^2-4x+10}+\dfrac{4x}{3}=2+\dfrac{x^2}{3}$.

18. $0{,}2\left(x^2+27\right)^2=\left(x^2+27\right)\cdot\left(x^2+3\right)+1{,}2\left(x^2+3\right)^2$.

19. $x^2+5-2x=-4y-y^2$.

20. Найдите положительные корни уравнения

$$x^3+\frac{1}{x}+x\left(3x+\frac{3}{8}\right)=8x.$$

21. Найдите среднее арифметическое корней уравнения

$$x^2-4x+6=\frac{42}{2x^2-8x+20}.$$

22. Найдите сумму корней (или корень, если он единственный) уравнения $\dfrac{2x-6}{6x^2-x-2}-\dfrac{2-2x}{24x^2-34x+12}=\dfrac{10x}{4x^2-x-1{,}5}$.

23. Найдите произведение корней уравнения

$$x^2+\frac{1}{x^2}-\frac{7x^2+7}{x}+8=0.$$

Решите системы уравнений (24–42):

24. $\begin{cases}(10x+2)^2+100(y+0{,}3)^2=100,\\ 10x+10y-9=0.\end{cases}$

25. $\begin{cases}x^{-4}+y^{-4}=82(xy)^{-4},\\ xy=3.\end{cases}$

26. $\begin{cases}x^2y^{-2}+y^2=5y^{-2},\\ (xy)^2-2x=0.\end{cases}$

27. $\begin{cases}x^3+y^3=7,\\ (xy)^3+2^3=0.\end{cases}$

28. $\begin{cases}\dfrac{x}{y-1}=\dfrac{x}{y+1}+1,\\ y^2=x+5.\end{cases}$

29. $\begin{cases}x+\dfrac{y^2}{x}=\dfrac{13y}{6},\\ x+y=5.\end{cases}$

30. $\begin{cases}1+xy^{-1}=5x,\\ y^2x^{-2}+1=13y^2.\end{cases}$

31. $\begin{cases}xy(x+y)=6,\\ xy+x+y=5.\end{cases}$

32. $\begin{cases}x^2-xy+y^2=7,\\ x+y=5.\end{cases}$

**33.** $\begin{cases} x^2+xy=15, \\ y^2+xy=10. \end{cases}$ **34.** $\begin{cases} \dfrac{6}{x}+y=9, \\ x+\dfrac{6}{y}=3. \end{cases}$

**35.** $\begin{cases} \dfrac{3x^2+3y^2}{10x+10y}=1, \\ \dfrac{4}{3x}+\dfrac{4}{3y}=1. \end{cases}$ **36.** $\begin{cases} (x+3)^2+(y+1)^2=10, \\ x+y=-8. \end{cases}$

**37.** $\begin{cases} x^2y-xy^2=30, \\ (x+y)xy=120. \end{cases}$

**38.** $\begin{cases} x^2-xy+y^2=\dfrac{13x}{4}, \\ x^2y+xy^2=20. \end{cases}$

**39.** $\begin{cases} (x-y)^2(x+y)=45, \\ x+y=5. \end{cases}$

**40.** $\begin{cases} 6x^2+6y^2-15xy=0, \\ x^3y-xy^3-6=0. \end{cases}$

**41.** $\begin{cases} x^2+y^2=2xy+4, \\ x+y=6. \end{cases}$

**42.** $\begin{cases} 24(x+y)^2+2x+2y=5, \\ 48(x-y)^2+8x-8y=1. \end{cases}$

**43.** Найдите произведение чисел $x$, $y$ и $z$, если $(x;\ y;\ z)$ – решение системы уравнений $\begin{cases} y-x=-1, \\ x-z=-1, \\ (y-1)^3-(2-x)^3+(z-3)^3=\left(\sqrt[3]{3}\right)^3. \end{cases}$

**44.** Найдите суму чисел, обратных числам $x, y$ и $z$, если $(x;\ y;\ z)$ – решение системы уравнений $\dfrac{xy}{x+y}=\dfrac{5}{3}$, $\dfrac{xz}{x+z}=\dfrac{3}{2}$ и $\dfrac{yz}{y+z}=4$.

**45.** Найдите значение $|x_0-y_0|$, если $(x_0;\ y_0)$ – решение системы уравнений $\begin{cases} x^2-8y+16=0, \\ y^2+6x+9=0. \end{cases}$

***Ответы:*** **1.** 3. **2.** $x_1=5;\ x_2=-\dfrac{55}{16}$. **3.** $x=0$. **4.** $x_{1,2}=\pm 2$; $x_{3,4}=\pm\dfrac{3\sqrt{21}}{7}$. 5. $x=1$. **6.** $\left\{0;\ 5;\ \dfrac{38}{11}\right\}$. **7.** $\{-2;\ -0{,}125\}$. 8. $\{-5;\ 1\}$.

**9.** $x_{1,2}=\pm 3$. **10.** $\left\{-1;\ \frac{1}{3};\ 3\right\}$. **11.** $x_1=x_2=1$; $x_{3,4}=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$. **12.** $\{-2;\ -1\}$. **13.** $x_1=1; x_2=-5; x_{3,4}=-1\pm\sqrt{6}$. **14.** $x_{1,2}=\pm 2$; $x_{3,4}=\pm 0{,}5\sqrt[4]{24}$. **15.** $x_1=1;\ x_2=-3$. **16.** $x_1=1; x_2=-\sqrt[3]{6}$. **17.** $x_1=1$; $x_2=3$. **18.** $x_{1,2}=\pm 0{,}6\sqrt{5}$. **19.** $x=1$, $y=-2$. **20.** 1. **21.** 2. **22.** $\frac{17}{25}$. **23.** 1. **24.** $(0{,}6;\ 0{,}3)$; $(0{,}4;\ 0{,}5)$. **25.** $(1;\ 3)$, $(-1;\ -3)$, $(3;\ 1)$; $(-3;\ -1)$. **26.** $(2;\ 1)$; $(2;\ -1)$; $(1;\ \sqrt{2})$; $(1;\ -\sqrt{2})$. **27.** $(-1;\ 2)$, $(2;\ -1)$. **28.** $(4;\ 3)$; $(4;\ -3)$. **29.** $(2;\ 3)$; $(3;\ 2)$. **30.** $\left(\frac{1}{2};\ \frac{1}{3}\right)$; $\left(\frac{1}{3};\ \frac{1}{2}\right)$. **31.** $(1;\ 2)$; $(2;\ 1)$. **32.** $(2;\ 3)$; $(3;\ 2)$. **33.** $(3;\ 2)$; $(-3;\ -2)$. **34.** $(2;\ 6)$; $(1;\ 3)$. **35.** $(2;\ 4)$; $(4;\ 2)$. **36.** $(-4;\ -4)$; $(-6;\ -2)$. **37.** $(5;\ 3)$. **38.** $(4;\ 1)$. **39.** $(4;\ 1)$; $(1;\ 4)$. **40.** $(2;\ 1)$; $(-2;\ -1)$. **41.** $(2;\ 4)$; $(4;\ 2)$. **42.** $\left(\frac{1}{4};\ \frac{1}{6}\right)$; $\left(\frac{1}{12};\ \frac{1}{3}\right)$; $\left(-\frac{5}{24};\ -\frac{7}{24}\right)$; $\left(-\frac{3}{8};\ -\frac{1}{8}\right)$. **43.** 24. **44.** $\frac{91}{120}$. **45.** 7.

## Контрольный тест

| № | Задания | Варианты ответов |
|---|---|---|
| 1 | Количество корней уравнения $(1-x)(2-x)^2(3-x)=12$ равно | 1) 3;<br>2) 2;<br>3) 1;<br>4) 0;<br>5) 4. |
| 2 | Сумма корней уравнения $\frac{2x+1}{2x^2-0{,}5x}+\frac{7x+8}{0{,}5-8x^2}+\frac{1-x}{4x^2+x}=0$ равна | 1) 14;<br>2) 0,5;<br>3) 2;<br>4) 7;<br>5) −7. |
| 3 | Произведение различных корней уравнения $\left(\frac{2x+1}{3x-4}\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\frac{4-3x}{2x+1}\right)^2$ равно | 1) 3;<br>2) −3;<br>3) 5,6;<br>4) 56;<br>5) −2. |

| № | Задания | Варианты ответов |
|---|---|---|
| **4** | Утроенная сумма корней уравнения $\frac{3}{x^3+3x^2+6x+8}+\frac{2x+4}{x^3+6x^2+12x+8}=$ $=\frac{11}{x^2+x+4}$ равна | 1) $-\frac{13}{3}$; 2) 3; 3) −23; 4) −13; 5) 21. |
| **5** | Среднее арифметическое корней уравнения $\frac{x^2+x+2}{x}+\frac{5x}{x^2+x+2}=6$ равно | 1) −1; 2) 2; 3) −2; 4) 4; 5) −14. |
| **6** | Сумма корней уравнения $\left(x^2+2x\right)^2=(x+1)^2+55$ равна | 1) 6; 2) −2; 3) −4; 4) 2; 5) −6. |
| **7** | Наименьший корень уравнения $\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2x^2}+\left(x+\frac{1}{x}\right)=3$ равен | 1) 0; 2) $2-\sqrt{3}$; 3) $-2-\sqrt{3}$; 4) $-2-0{,}3\sqrt{3}$; 5) $2+\sqrt{3}$. |
| **8** | Модуль разности корней уравнения $2x^4-4x^3+1{,}5x^2-4x=-2$ равен | 1) 3; 2) 6; 3) 5,5; 4) 0,5; 5) 1,5. |
| **9** | Количество целых корней уравнения $0{,}75\left(x-\frac{1}{x}\right)+0{,}5\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=1$ равно | 1) 3; 2) 4; 3) 2; 4) 1; 5) 0. |
| **10** | Число решений системы уравнений $\begin{cases}x^2+y=5,\\x^2+y^2x=3x\end{cases}$ равно | 1) 1; 2) 2; 3) 4; 4) 6; 5) 8. |
| **11** | Если $(x;\, y;\, z)$ – решение системы уравнений $\begin{cases}x+y=z,\\x+z=2+y,\\y+z=4+x,\end{cases}$ то значение выражения $x^{y^z}$ равно | 1) 9; 2) 1; 3) 8; 4) 16; 5) 27. |

| № | Задания | Варианты ответов |
|---|---|---|
| **12** | Квадрат расстояния между точками, координаты которых удовлетворяют системе уравнений $\begin{cases} 1+xy^{-1}=0, \\ x^{-2}+y^{-2}-2^3=0, \end{cases}$ равен | 1) 3;<br>2) 7;<br>3) 9;<br>4) 4;<br>5) 2. |
| **13** | Система уравнений $3x+2y=k$ и $x^2+y^2=117$ имеет единственное решение, если $k$ равно | 1) 38;<br>2) –37;<br>3) 0;<br>4) 39 и –39;<br>5) 40 и –40. |
| **14** | Количество целочисленных решений системы уравнений $(x^2+y^2)\dfrac{x}{y}=6$ и $(y^2-x^2)\dfrac{y}{x}=-1$ равно | 1) 0;<br>2) 1;<br>3) 4;<br>4) 3;<br>5) 2. |

***Ответы***

| Номер задания | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Номер правильного ответа | 2 | 2 | 1 | 4 | 2 | 2 | 3 |
| Номер задания | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** |
| Номер правильного ответа | 5 | 1 | 3 | 2 | 5 | 4 | 1 |