

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Образец варианта 10 июля 2020 года

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записываются в поля ответов в тексте работы, а затем переносятся в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

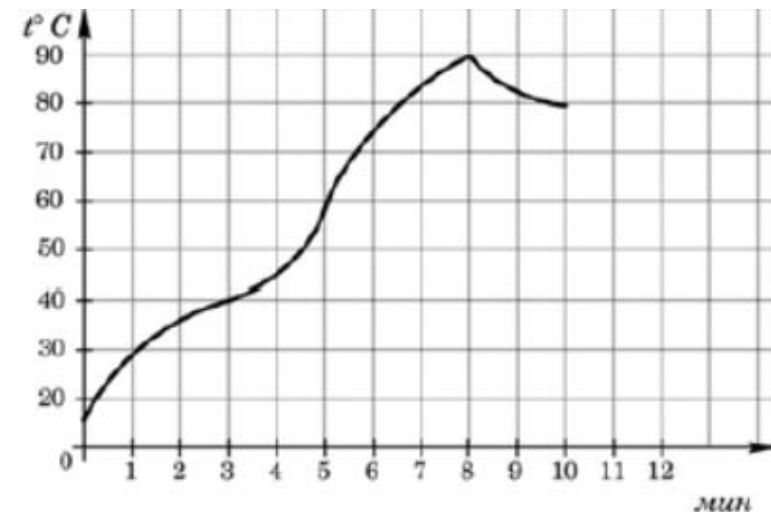
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 700 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 8 недель?

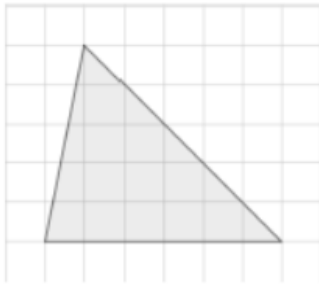
Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры  $40^{\circ}$  до температуры  $60^{\circ}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

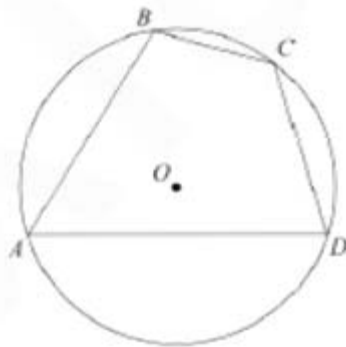
4. В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Какова вероятность того, что турист Б., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Решите уравнение  $7^{4-x} = 49$

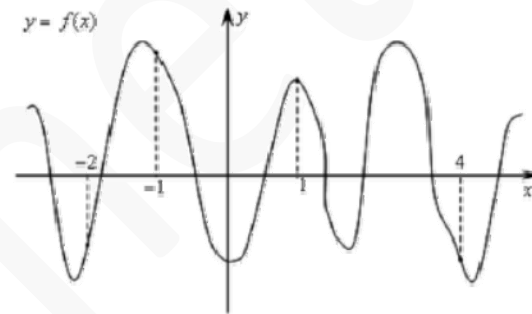
Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $82^\circ$  и  $58^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



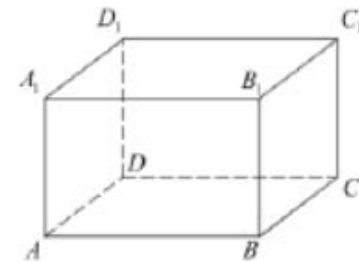
Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-2, -1, 1, 4$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, B_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 3, AD = 3, AA_1 = 4$



Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9. Найдите значение выражения  $36\sqrt{6} \cos \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  – пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,5 километра, приобрести скорость 80 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Найдите точку максимума функции  $y = (8 - x) \cdot e^{x+8}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1**

**Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**13.** а) Решите уравнение  $\cos 2x + \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 1 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

**14.** В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  боковое ребро  $SA = 14$ , а сторона  $AB = 8$ . Точка М - середина стороны АВ. Плоскость  $\alpha$  проходит через точки М и D и перпендикулярна плоскости ABC. Прямая SC пересекает плоскость  $\alpha$  в точке К.

а) Докажите, что  $MK = KD$

б) Найдите объем пирамиды MCDK

**15.** Решите неравенство  $x^2 \cdot \log_{625}(3 - x) \leq \log_5(x^2 - 6x + 9)$

**16.** Две окружности касаются внутренним образом с точки С. Вершины А и В равнобедренного треугольника ABC с прямым углом С лежат на большей и меньшей окружностях соответственно. Прямая AC вторично пересекает меньшую окружность в точке D. Прямая BC вторично пересекает большую окружность в точке E.

а) Докажите, что AE параллельна BD

б) Найдите AC, если радиусы окружностей равны 8 и 15.

**17.** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

Определите сумму кредита, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 78 030 рублей больше суммы, взятой в кредит.

**18.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_3(a - x^2) = \log_3(a - y^2) \\ x^2 + y^2 = 4x + 6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19.** На доске написано  $n$  единиц, между некоторыми из которых поставили знаки + и посчитали сумму. Например, если изначально было написано  $n = 12$  единиц, то могла получиться, например, такая сумма:  $1+11+11+111+11+1+1=147$

а) Могла ли сумма равняться 150, если  $n = 60$ ?

б) Могла ли сумма равняться 150, если  $n = 80$ ?

в) Чему могло равняться  $n$ , если полученная сумма чисел равна 150?

13. а) Решите уравнение  $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\sin x} - 2 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

Ответ: а)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m; k, n, m \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{11\pi}{6}; \frac{5\pi}{2}$

14. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  сторона  $AB$  основания равна 8, а боковое ребро  $AA_1$  равно 7. На ребре  $CC_1$  отмечена точка  $M$ , причем  $CM=1$

А) Точки  $O$  и  $O_1$  – центры окружностей, описанных около треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  соответственно. Докажите, что прямая  $OO_1$  содержит точку пересечения медиан треугольника  $ABM$

Б) Найдите расстояние от точки  $A_1$  до плоскости  $ABM$

Ответ: б)  $4\sqrt{3}$

15. Решите неравенство  $27 \cdot 45^x - 27^{x+1} - 12 \cdot 15^x + 12 \cdot 9^x + 5^x - 3^x \leq 0$

Ответ:  $(-\infty; -2]; [-1; 0]$

16. Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника  $ABC$  вторично пересекает окружность, описанную около этого треугольника, в точке  $L$ .

Прямая, проходящая через точку  $L$  и середину  $N$  гипотенузы  $AB$ , пересекает катет  $BC$  в точке  $M$ .

А) Докажите,  $\angle BML = \angle BAC$

Б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AB = 20$  и  $CM = 3\sqrt{5}$

Ответ: 80

17. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет **целое** число миллионов рублей. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на 10 млн рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором банк за четыре года начислит на вклад меньше 15 млн рублей.

Ответ: 25 млн рублей

18. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2x + 2y \\ x^2 + y^2 = 2(1+a)x + 2(1-a)y - 2a^2 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения

Ответ:  $(-2; 0), (0; 2)$

19. По кругу стоят несколько детей, среди которых есть хотя бы два мальчика и хотя бы две девочки. У каждого из детей есть натуральное число конфет. У любых двух мальчиков одинаковое число конфет, а у любых двух девочек – разное. По команде каждый отдал соседу справа четверть своих конфет. После этого у любых двух девочек оказалось одинаковое число конфет, а у любых двух мальчиков – разное. Известно, что каждый из детей отдал натуральное число конфет.

А) Может ли мальчиков быть ровно столько же, сколько девочек?

Б) Может ли мальчиков быть больше, чем девочек?

В) Пусть девочек вдвое больше, чем мальчиков. Может ли у всех детей суммарно быть 328 конфет?

Ответ: а) да; б) нет; в) да