

# ЕГЭ-2019

13 а) Решите уравнение  $\cos 2x + \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

14 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с вершиной  $S$  длины известно, что  $AB = 7$ ,  $SA = 6$ . На ребрах  $SC$  и  $AB$  взяты точки  $M$  и  $K$  соответственно, причем так, что  $SM:MC = AK:KB = 4:3$ .

а) Докажите, что сечением пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ , проходящей через прямую  $MK$  параллельно прямой  $SA$ , является прямоугольник.

б) Найдите объем пирамиды с вершиной  $A$ , основанием которой является сечение пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .

15 Решите неравенство  $\log_{0,6}(18 - 18x) \leq \log_{0,6}(x^2 - 6x + 5) + \log_{0,6}(x + 4)$ .

16 В треугольник  $ABC$  вписана окружность с центром в точке  $O$ . Прямая  $BO$  пересекает окружность описанную около треугольника  $ABC$ , в точках  $B$  и  $P$ .

а) Докажите, что отрезки  $AP$  и  $PO$  равны.

б) Найдите расстояние от точки  $P$  до прямой  $AC$ , если известно, что  $\angle ABC = 60^\circ$ , а радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 32.

17 В июле 2019 года планируется взят кредит в банке на 14 млн. рублей сроком на 14 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите  $r$ , если известно, что наибольшая из ежегодных выплат составит не менее 2,4 млн. рублей, а наименьшая из ежегодных выплат — не более 1,1 млн. рублей.

18 Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 2x + a^2 - 4a}{a - x^2} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

19 Последовательность натуральных чисел  $(a_n)$  состоит из 400 членов. Каждый член последовательности, начиная со второго, либо вдвое больше предыдущего, либо на 66 меньше предыдущего.

а) Может ли последовательность  $(a_n)$  содержать ровно 7 различных чисел?

б) Чему может равняться  $a_1$ , если  $a_{400} = 9$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать наибольший член последовательности  $(a_n)$ ?