

13. а) Решите уравнение $\log_5(2-x) = \log_{25} x^4$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right]$

14. Радиус основания конуса с вершиной S и центром основания O равен 5, а его высота равна $\sqrt{51}$. Точка M – середина образующей SA конуса, а точки N и V лежат на основании конуса, причем прямая MN параллельна образующей конуса SB .

А) Докажите, что угол ANO – прямой

Б) Найдите угол между прямой VM и плоскостью основания конуса, если $AB=8$

15. Решите неравенство $\frac{25^{x^2+x-10} - (0,2)^{x^2-2x-7}}{0,5 \cdot 4^{x-1} - 1} \leq 0$

16. Две окружности разных радиусов касаются внешним образом в точке K . Прямая касается первой окружности в точке A , а второй окружности в точке B . Луч BK пересекает первую окружность в точке D , луч AK пересекает вторую окружность в точке C .

А) Докажите, что четырехугольник $ABCD$ - трапеция

Б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BKD , если радиус первой окружности равен 1, а радиус второй окружности равен 4.

17. Строительство нового завода стоит 220 млн. рублей. Затраты на производство x тыс единиц продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + x + 7$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс.рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + x + 7)$. Когда завод будет построен, каждый год фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. В первый год после постройки завода цена продукции $p = 9$ тыс.руб. за единицу, каждый следующий год цена продукции увеличивается на 1 тыс.руб. за единицу. За сколько лет окупится строительство завода?

18. Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$3 \sin x + \cos x = a$$

имеет ровно один корень на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$

19. Склад имеет форму прямоугольного параллелепипеда, длины ребер которого выражаются целыми числами. Этот склад заполняют контейнерами размером $1 \times 1 \times 3$. При этом контейнеры можно располагать как угодно, но их грани должны быть параллельны граням склада.

А) Могли ли получиться так, что склад объемом 150 невозможно полностью заполнить контейнерами?

Б) Могло ли получиться так, что на складе объемом 400 невозможно разместить 133 контейнера?

В) Какой наибольший процент объема любого склада объемом не менее 200 гарантированно удастся заполнить контейнерами?