

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,5

10	-	0	,	5															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

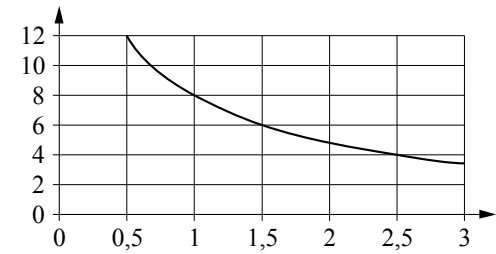
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 В квартире установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). Показания счётчика 1 июля составляли 175 куб. м воды, а 1 августа — 183 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за июль, если стоимость 1 куб. м холодной воды составляет 20 руб. 50 коп.? Ответ дайте в рублях.

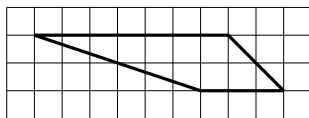
Ответ: _____.

2 Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя: чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На графике показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На горизонтальной оси отмечено сопротивление в омах, на вертикальной оси — сила тока в амперах. Определите по графику, на сколько омов увеличилось сопротивление в цепи при уменьшении силы тока с 8 ампер до 4 ампер.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

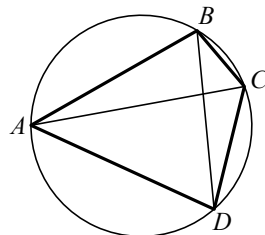
- 4 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Мотор» по очереди играет с командами «Статор», «Стартер» и «Ротор». Найдите вероятность того, что «Мотор» будет начинать с мячом только вторую игру.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{57 - 7x} = 6$.

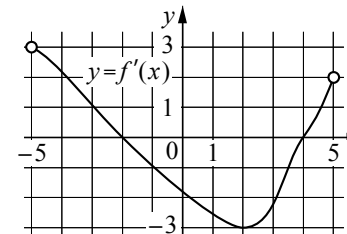
Ответ: _____.

- 6 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 102° , угол CAD равен 46° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



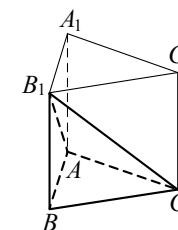
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 5)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

- 8 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, B_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 8.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \sin^2 \frac{7\pi}{12}$.

Ответ: _____.

10 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 1,25 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$, где p — давление в газе (в Па), V — объём газа (в м^3), $k = \frac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в м^3) будет занимать газ при давлении p , равном $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Ответ: _____.

11 Имеется два сплава. Первый содержит 15% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 140 кг, содержащий 30% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = 2x^2 - 25x + 39 \cdot \ln x - 54$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$2 \log_{0,75}^2(\sin x) + 3 \log_{0,75}(\sin x) - 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

14 В пирамиде $SABC$ известны длины рёбер: $AB = AC = \sqrt{29}$, $BC = SA = 2\sqrt{5}$, $SB = SC = \sqrt{13}$.

а) Докажите, что прямая SA перпендикулярна прямой BC .

б) Найдите угол между прямой SA и плоскостью SBC .

15 Решите неравенство $\frac{2^{x+5} - 2^{-x}}{2^{3-x} - 4^{-x}} \geq 2^x$.

16 Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Точки M и N — середины сторон AB и CD соответственно. Окружность проходит через точки B и C и пересекает отрезки BM и CN в точках P и Q , отличных от концов отрезка, соответственно.

а) Докажите, что точки M , N , P и Q лежат на одной окружности.

б) Найдите PM , если отрезки AQ и BQ перпендикулярны, $AB = 15$, $BC = 1$, $CD = 17$, $AD = 9$.

- 17 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
 - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024
Долг (в млн рублей)	S	$0,8S$	$0,6S$	$0,4S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором общая сумма выплат будет меньше 50 млн рублей.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 3|x + a| + |x^2 - x - 2|$$

меньше 2.

- 19 Готовясь к экзамену, Вася и Петя решали задачи из сборника, и каждый из них решил все задачи этого сборника. Каждый день Вася решал на одну задачу больше, чем в предыдущий день, а Петя решал на две задачи больше, чем в предыдущий день. Они начали решать задачи в один день, при этом в первый день каждый из них решил хотя бы одну задачу.
- Могло ли получиться так, что каждый из них решил все задачи сборника ровно за 5 дней?
 - Могло ли получиться так, что каждый из них решил все задачи сборника ровно за 10 дней?
 - Какое наименьшее число задач могло быть в сборнике, если известно, что каждый из них решал задачи более 6 дней, в первый день Вася решил больше задач, чем Петя, а за семь дней Петя решил больше задач, чем Вася.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.