

Проект

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов
единого государственного экзамена 2017 года
по математике

Базовый уровень

подготовлен Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Пояснения к демонстрационному варианту контрольных измерительных материалов ЕГЭ 2018 года по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать представление о структуре будущих контрольных измерительных материалов, количестве заданий, об их форме и уровне сложности.

В демонстрационном варианте представлено по несколько примеров заданий на каждую позицию экзаменационной работы. В реальных вариантах экзаменационной работы на каждую позицию будет предложено только одно задание.

Задания демонстрационного варианта не отражают всех вопросов содержания, которые могут быть включены в контрольные измерительные материалы в 2018 г.

Степень и логарифм

Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма при $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

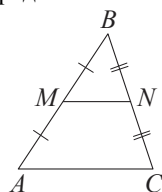
$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

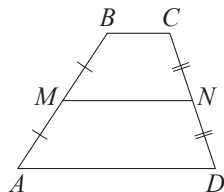
$$\log_a b^k = k \log_a b$$

Геометрия

Средняя линия треугольника и трапеции

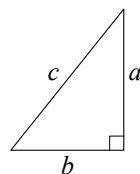


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



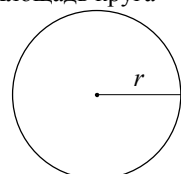
$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Теорема Пифагора



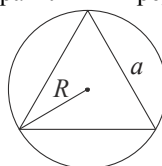
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Длина окружности
 Площадь круга

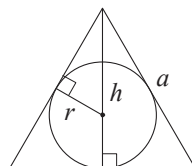


$C = 2\pi r$
 $S = \pi r^2$

Правильный треугольник



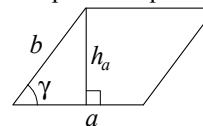
$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

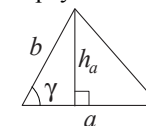
Площади фигур

Параллелограмм



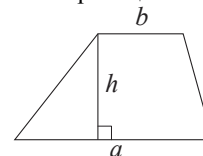
$S = ah_a$
 $S = absin \gamma$

Треугольник



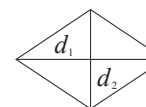
$S = \frac{1}{2}ah_a$
 $S = \frac{1}{2}absin \gamma$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

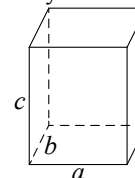
Ромб



d_1, d_2 — диагонали
 $S = \frac{1}{2}d_1d_2$

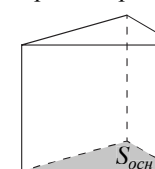
Площади поверхностей и объёмы тел

Прямоугольный параллелепипед



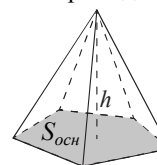
$$V = abc$$

Прямая призма



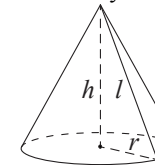
$$V = S_{осн}h$$

Пирамида



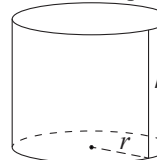
$$V = \frac{1}{3}S_{осн}h$$

Конус



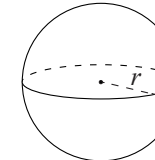
$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
 $S_{бок} = \pi r l$

Цилиндр



$V = \pi r^2 h$
 $S_{бок} = 2\pi r h$

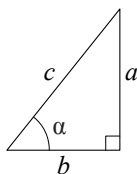
Шар



$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
 $S = 4\pi r^2$

Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

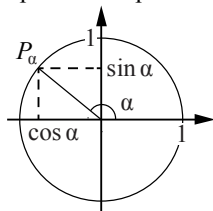


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



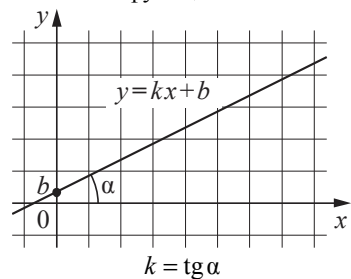
Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

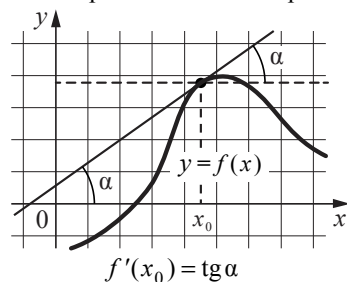
| α | радианы | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π |
|----------------------------|---------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-----------------|-------------|------------------|-------------|
| | градусы | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° | 270° | 360° |
| $\sin \alpha$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | 0 | -1 | 0 | |
| $\cos \alpha$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | -1 | 0 | 1 | |
| $\operatorname{tg} \alpha$ | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | — | 0 | — | 0 | |

Функции

Линейная функция



Геометрический смысл производной



Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Сначала запишите ответ к заданию в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения $(6,7 - 3,2) \cdot 2,4$.
 Ответ: _____.

ИЛИ
 Найдите значение выражения $(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}) \cdot 6$.
 Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $\frac{0,24 \cdot 10^6}{0,6 \cdot 10^4}$.
 Ответ: _____.

ИЛИ
 Найдите значение выражения $\frac{2^6 \cdot 3^8}{6^5}$.
 Ответ: _____.

3 Ивану Кузьмичу начислена заработная плата 20 000 рублей. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13%. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?
 Ответ: _____.

ИЛИ
 ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего числа выпускников. Сколько выпускников этой школы не сдавали экзамен по физике?
 Ответ: _____.

4 Найдите m из равенства $F = ma$, если $F = 84$ и $a = 12$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите v_0 из равенства $v = v_0 + at$, если $v = 20$, $t = 2$ и $a = 7$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите S из равенства $S = v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$, если $v_0 = 6$, $t = 2$, $a = -2$.

Ответ: _____.

5 Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите значение выражения $(2\sqrt{13} - 1)(2\sqrt{13} + 1)$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите значение выражения $5^{\log_5 6 + 1}$.

Ответ: _____.

6 Баночка йогурта стоит 14 рублей 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 100 рублей?

Ответ: _____.

ИЛИ

Килограмм моркови стоит 40 рублей. Олег купил 1 кг 600 г моркови. Сколько рублей сдачи он должен получить со 100 рублей?

Ответ: _____.

ИЛИ

Для ремонта требуется 63 рулона обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно для такого ремонта, если 1 пачка клея рассчитана на 6 рулонов?

Ответ: _____.

7 Найдите корень уравнения $3^{x-3} = 81$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\log_2(x-3) = 6$.

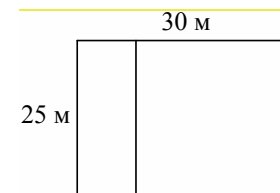
Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите отрицательный корень уравнения $x^2 - x - 6 = 0$.

Ответ: _____.

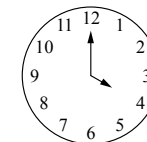
8 Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 25 метров и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите суммарную длину забора в метрах.



Ответ: _____.

ИЛИ

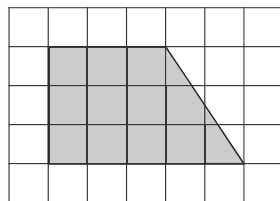
Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 16:00?



Ответ: _____.

ИЛИ

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



Ответ: _____.

9

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

| ВЕЛИЧИНЫ | ЗНАЧЕНИЯ |
|---------------------------------------|-----------|
| А) рост ребёнка | 1) 32 км |
| Б) толщина листа бумаги | 2) 30 м |
| В) протяжённость автобусного маршрута | 3) 0,2 мм |
| Г) высота жилого дома | 4) 110 см |

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

| | | | |
|---|---|---|---|
| А | Б | В | Г |
| | | | |

ИЛИ

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

| ВЕЛИЧИНЫ | ЗНАЧЕНИЯ |
|-------------------------------|----------|
| А) масса взрослого человека | 1) 8 т |
| Б) масса грузового автомобиля | 2) 5 г |
| В) масса книги | 3) 65 кг |
| Г) масса пуговицы | 4) 300 г |

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

| | | | |
|---|---|---|---|
| А | Б | В | Г |
| | | | |

10

В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 12 из Китая, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

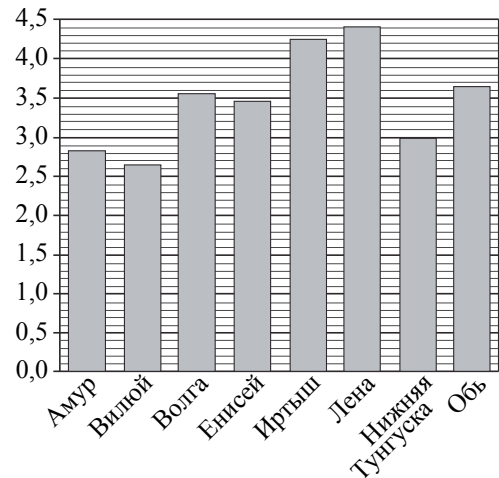
Ответ: _____.

ИЛИ

Из каждых 100 лампочек, поступающих в продажу, в среднем 3 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется исправной?

Ответ: _____.

11 На диаграмме приведены данные о длине восьми крупнейших рек России (в тысячах километров). Первое место по длине занимает река Лена.



На каком месте по длине находится река Амур?

Ответ: _____.

ИЛИ

В таблице показано распределение медалей на XXII Зимних Олимпийских играх в Сочи среди команд, занявших первые 10 мест по количеству золотых медалей.

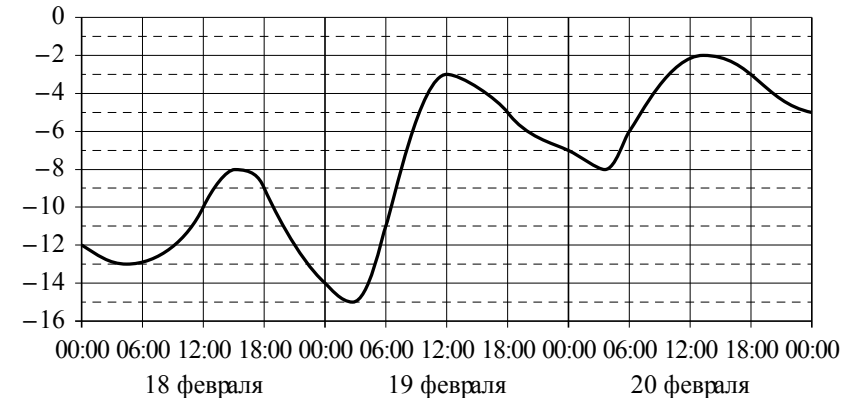
| Место | Команда | Медали | | | |
|-------|------------|---------|------------|-----------|-------|
| | | золотые | серебряные | бронзовые | всего |
| 1 | Россия | 13 | 11 | 9 | 33 |
| 2 | Норвегия | 11 | 5 | 10 | 26 |
| 3 | Канада | 10 | 10 | 5 | 25 |
| 4 | США | 9 | 7 | 12 | 28 |
| 5 | Нидерланды | 8 | 7 | 9 | 24 |
| 6 | Германия | 8 | 6 | 5 | 19 |
| 7 | Швейцария | 6 | 3 | 2 | 11 |
| 8 | Белоруссия | 5 | 0 | 1 | 6 |
| 9 | Австрия | 4 | 8 | 5 | 17 |
| 10 | Франция | 4 | 4 | 7 | 15 |

Определите с помощью таблицы, сколько серебряных медалей у команды, занявшей второе место по числу золотых медалей.

Ответ: _____.

ИЛИ

На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. На горизонтальной оси отмечается число, месяц, время суток в часах; на вертикальной оси — значение температуры в градусах Цельсия.



Определите по графику наибольшую температуру воздуха 19 февраля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

12 Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

| Номер переводчика | Язык | Стоимость услуг (руб. в день) |
|-------------------|-------------------------|-------------------------------|
| 1 | Немецкий, испанский | 7000 |
| 2 | Английский, немецкий | 6000 |
| 3 | Английский | 3000 |
| 4 | Английский, французский | 6000 |
| 5 | Французский | 2000 |
| 6 | Испанский | 4000 |

Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют четырьмя иностранными языками: английским, немецким, французским и испанским, а суммарная стоимость их услуг не превышает 12 000 рублей в день.

В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

ИЛИ

Турист подбирает экскурсии. Сведения об экскурсиях представлены в таблице.

| Номер экскурсии | Посещаемый объект | Стоимость (руб.) |
|-----------------|-----------------------------|------------------|
| 1 | Крепость, загородный дворец | 350 |
| 2 | Музей живописи | 200 |
| 3 | Парк | 150 |
| 4 | Парк, музей живописи | 300 |
| 5 | Парк, крепость | 300 |
| 6 | Загородный дворец | 200 |

Пользуясь таблицей, выберите набор экскурсий так, чтобы турист посетил четыре объекта: крепость, загородный дворец, парк и музей живописи, а суммарная стоимость экскурсий не превышала 650 рублей.

В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров экскурсий без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

ИЛИ

Строительная фирма планирует купить 70 м^3 пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице.

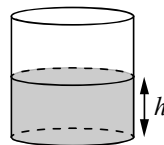
| Поставщик | Стоимость пеноблоков (руб. за 1 м^3) | Стоимость доставки (руб.) | Дополнительные условия |
|-----------|---|---------------------------|---|
| А | 2600 | 10 000 | Нет |
| Б | 2800 | 8000 | При заказе товара на сумму свыше 150 000 рублей доставка бесплатная |
| В | 2700 | 8000 | При заказе товара на сумму свыше 200 000 рублей доставка бесплатная |

Сколько рублей нужно заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой?

Ответ: _____.

13

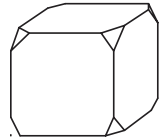
Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне $h = 80$ см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в четыре раза больше, чем у данного? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

ИЛИ

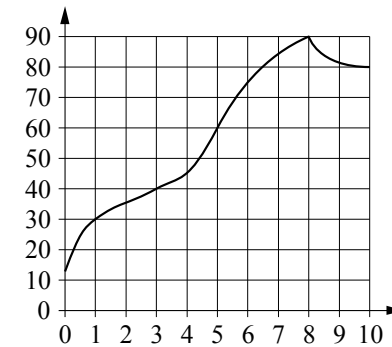
От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рис.). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



Ответ: _____.

14

На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя; на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику процесса разогрева двигателя на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- | | |
|--------------|--|
| А) 0–1 мин. | 1) самый медленный рост температуры |
| Б) 1–3 мин. | 2) температура падала |
| В) 3–6 мин. | 3) температура находилась в пределах от 40°C до 80°C |
| Г) 8–10 мин. | 4) температура не превышала 30°C . |

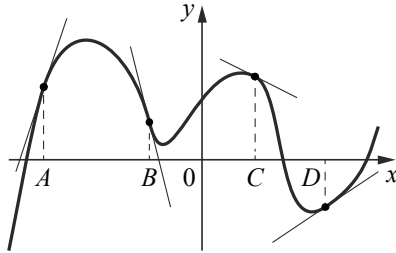
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

| А | Б | В | Г |
|---|---|---|---|
| | | | |

ИЛИ

На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами A, B, C и D .



В правом столбце указаны значения производной функции в точках A, B, C и D . Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной функции в ней.

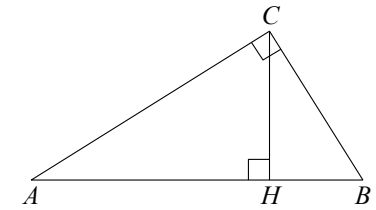
| ТОЧКИ | ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ |
|-------|----------------------|
| A | 1) -4 |
| B | 2) 3 |
| C | 3) $\frac{2}{3}$ |
| D | 4) $-\frac{1}{2}$ |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

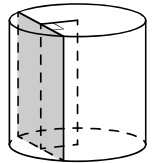
| A | B | C | D |
|-----|-----|-----|-----|
| | | | |

- 15** В треугольнике ABC угол ACB равен 90° , $\cos A = 0,8$, $AC = 4$. Отрезок CH — высота треугольника ABC (см. рисунок). Найдите длину отрезка AH .



Ответ: _____.

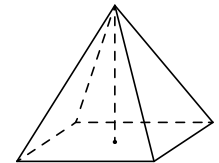
- 16** Радиус основания цилиндра равен 13, а его образующая равна 18. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 12. Найдите площадь этого сечения.



Ответ: _____.

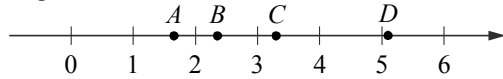
ИЛИ

Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а боковое ребро равно $\sqrt{17}$.



Ответ: _____.

17 На координатной прямой отмечены точки A , B , C и D .



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

| ТОЧКИ | ЧИСЛА |
|-------|------------------------------------|
| A | 1) $\log_2 10$ |
| B | 2) $\frac{7}{3}$ |
| C | 3) $\sqrt{26}$ |
| D | 4) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$ |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

| A | B | C | D |
|-----|-----|-----|-----|
| | | | |

ИЛИ

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

| НЕРАВЕНСТВА | РЕШЕНИЯ |
|-------------------|---------|
| А) $2^x \geq 4$ | 1) |
| Б) $0,5^x \geq 4$ | 2) |
| В) $0,5^x \leq 4$ | 3) |
| Г) $2^x \leq 4$ | 4) |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

| A | B | B | Γ |
|-----|-----|-----|----------|
| | | | |

18 В классе учится 20 человек, из них 13 человек посещают кружок по истории, а 10 — кружок по математике. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- Каждый ученик этого класса посещает оба кружка.
- Найдутся хотя бы двое из этого класса, кто посещает оба кружка.
- Если ученик из этого класса ходит на кружок по истории, то он обязательно ходит на кружок по математике.
- Не найдётся 11 человек из этого класса, которые посещают оба кружка.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

ИЛИ

Витя выше Коли, но ниже Маши. Аня не выше Вити. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- Маша самая высокая из указанных четырёх человек.
- Аня и Маша одного роста.
- Витя и Коля одного роста.
- Коля ниже Маши.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

19 Найдите трёхзначное число, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____.

20 В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- за 2 золотых монеты получить 3 серебряных и одну медную;
- за 5 серебряных монет получить 3 золотых и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 50 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Ответ: _____.

ИЛИ

Прямоугольник разбит на четыре меньших прямоугольника двумя прямолинейными разрезами. Периметры трёх из них, начиная с левого верхнего и далее по часовой стрелке, равны 24, 28 и 16. Найдите периметр четвёртого прямоугольника.

| | |
|----|----|
| 24 | 28 |
| ? | 16 |

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Система оценивания экзаменационной работы по математике (базовый уровень)

Правильное решение каждого из заданий 1–20 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби, или последовательности цифр.

Ответы

| № задания | Пример 1 | Пример 2 | Пример 3 |
|-----------|---|----------|----------|
| 1 | 8,4 | 3,2 | |
| 2 | 40 | 54 | |
| 3 | 17 400 | 50 | |
| 4 | 7 | 6 | 8 |
| 5 | –0,6 | 51 | 30 |
| 6 | 6 | 36 | 11 |
| 7 | 7 | 67 | –2 |
| 8 | 135 | 120 | 12 |
| 9 | 4312 | 3142 | |
| 10 | 0,2 | 0,97 | |
| 11 | 7 | 5 | –3 |
| 12 | 135; 153; 315; 351; 513; 531; 256; 265; 526; 562; 625; 652 | 14; 41 | 192 000 |
| 13 | 5 | 14 | |
| 14 | 4132 | 2143 | |
| 15 | 3,2 | | |
| 16 | 180 | 16 | |
| 17 | 4213 | 4321 | |
| 18 | 24; 42 | 14; 41 | |
| 19 | 578; 587; 758; 785; 857; 875 | | |
| 20 | 10 | 12 | |

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Кодификатор
требований к уровню подготовки выпускников
образовательных организаций для проведения
единого государственного экзамена
по математике

подготовлен Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Кодификатор
требований к уровню подготовки выпускников образовательных
организаций для проведения
единого государственного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ

Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена по математике составлен на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ и Требований к уровню подготовки выпускников средней школы (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента Государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

Кодификатор требований по всем разделам включает в себя требования к уровню подготовки выпускников образовательных организаций (базовый уровень).

В первом столбце таблицы указаны коды разделов, на которые разбиты требования к уровню подготовки по математике. Во втором столбце указан код требования, для которого создаются экзаменационные задания. В третьем столбце указаны требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы.

| Код раздела | Код контролируемого требования (умения) | Требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы |
|-------------|---|---|
| 1 | | Уметь выполнять вычисления и преобразования |
| | 1.1 | Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма |
| | 1.2 | Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования |
| | 1.3 | Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции |
| 2 | | Уметь решать уравнения и неравенства |
| | 2.1 | Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы |
| | 2.2 | Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод |
| | 2.3 | Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы |
| 3 | | Уметь выполнять действия с функциями |
| | 3.1 | Определять значение функции по значению аргумента при |

| | | |
|----------|-----|--|
| | | различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций |
| | 3.2 | Вычислять производные и первообразные элементарных функций |
| | 3.3 | Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции |
| 4 | | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами |
| | 4.1 | Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей) |
| | 4.2 | Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы |
| | 4.3 | Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами |
| 5 | | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели |
| | 5.1 | Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры |
| | 5.2 | Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин |
| | 5.3 | Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения |
| | 5.4 | Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий |
| 6 | | Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни |
| | 6.1 | Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах |
| | 6.2 | Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках |
| | 6.3 | Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения |

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Спецификация
контрольных измерительных материалов
для проведения в 2018 году
единого государственного экзамена
по математике

Базовый уровень

подготовлена Федеральным государственным бюджетным научным
учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Спецификация
контрольных измерительных материалов
для проведения в 2018 году единого государственного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ (базовый уровень)

1. Назначение КИМ ЕГЭ

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) представляет собой форму объективной оценки качества подготовки лиц, освоивших образовательные программы среднего общего образования, с использованием заданий стандартизированной формы (контрольных измерительных материалов).

ЕГЭ проводится в соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

Контрольные измерительные материалы (далее – КИМ) позволяют установить уровень освоения выпускниками Федерального компонента государственного стандарта среднего (полного) общего образования по математике, базовый уровень.

Результаты единого государственного экзамена по математике (базовый уровень) признаются образовательными организациями среднего общего образования и образовательными организациями среднего профессионального образования как результаты государственной итоговой аттестации.

2. Документы, определяющие содержание КИМ ЕГЭ

Содержание экзаменационной работы по математике определяется Федеральным компонентом государственных стандартов основного общего и среднего (полного) общего образования, базовый уровень (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089).

3. Подходы к отбору содержания, разработке структуры КИМ ЕГЭ

Распоряжением Правительства РФ от 24.12.2013 № 2506-р, принятым в соответствии с Указом Президента РФ от 07.05.2012 «О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки», утверждена Концепция развития математического образования в Российской Федерации, определяющая базовые принципы, цели, задачи и основные направления. Согласно Концепции математическое образование должно, с одной стороны, «предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе», с другой – «обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.». Кроме того, «в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся»

ся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования».

В число мер по реализации Концепции, принятых приказом Минобрнауки России от 03.04.2014 № 265, входит «совершенствование системы государственной итоговой аттестации, завершающей освоение основных образовательных программ основного общего и среднего образования, по математике, разработка соответствующих контрольных измерительных материалов, обеспечивающих введение различных направлений изучения математики», т.е. материалов, предназначенных для различных целевых групп выпускников.

Модель ЕГЭ по математике базового уровня предназначена для государственной итоговой аттестации выпускников, не планирующих продолжения образования в профессиях, предъявляющих специальные требования к уровню математической подготовки. Так как в настоящее время существенно возрастает роль общематематической подготовки в повседневной жизни, в массовых профессиях, в модели ЕГЭ по математике базового уровня усилены акценты на контроль способности применять полученные знания на практике, развитие логического мышления, умение работать с информацией.

Выполнение заданий экзаменационной работы свидетельствует о наличии у участника экзамена общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В работу включены задания базового уровня по всем основным предметным разделам: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика.

Тексты заданий предлагаемой модели экзаменационной работы в целом соответствуют формулировкам, принятым в учебниках и учебных пособиях, включенным в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых Министерством образования и науки РФ к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего и среднего общего образования.

4. Структура КИМ ЕГЭ

Экзаменационная работа состоит из одной части, включающей 20 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Все задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

Ответом к каждому из заданий 1–20 является целое число или конечная десятичная дробь, или последовательность цифр. Задание с кратким ответом считается выполненным, если верный ответ записан в бланке ответов № 1 в той форме, которая предусмотрена инструкцией по выполнению задания.

5. Распределение заданий варианта КИМ по содержанию, видам умений и способам действий

В экзаменационной работе проверяется следующий учебный материал:

1. Математика, 5–6 классы;
2. Алгебра, 7–9 классы;
3. Алгебра и начала анализа, 10–11 классы;
4. Теория вероятностей и статистика, 7–9 классы;
5. Геометрия, 7–11 классы.

В таблице 1 показано распределение заданий экзаменационной работы по содержательным разделам курса математики.

Таблица 1

Распределение заданий экзаменационной работы по содержательным разделам курса математики

| Содержательные разделы | Количество заданий | Максимальный первичный балл | Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного раздела содержания от максимального первичного балла за всю работу, равного 20 |
|--|--------------------|-----------------------------|---|
| Алгебра | 10 | 10 | 50 |
| Уравнения и неравенства | 3 | 3 | 15 |
| Функции | 1 | 1 | 5 |
| Начала математического анализа | 1 | 1 | 5 |
| Геометрия | 4 | 4 | 20 |
| Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей | 1 | 1 | 5 |
| Итого | 20 | 20 | 100 |

Содержание и структура экзаменационной работы дают возможность достаточно полно проверить комплекс умений и навыков по предмету:

- уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами;
- уметь строить и исследовать математические модели.

В таблице 2 представлено распределение заданий в варианте контрольных измерительных материалов по проверяемым умениям и способам действий.

Таблица 2
Распределение заданий экзаменационной работы
по видам проверяемых умений и способам действий

| Проверяемые умения и способы действий | Количество заданий | Максимальный первичный балл | Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данного вида учебной деятельности от максимального первичного балла за всю работу, равного 20 |
|---|--------------------|-----------------------------|--|
| Уметь выполнять вычисления и преобразования | 5 | 5 | 25 |
| Уметь решать уравнения и неравенства | 2 | 2 | 10 |
| Уметь выполнять действия с функциями | 1 | 1 | 5 |
| Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами | 3 | 3 | 15 |
| Уметь строить и исследовать математические модели | 5 | 5 | 25 |
| Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 4 | 4 | 20 |
| Итого | 20 | 20 | 100 |

6. Распределение заданий КИМ по уровню сложности

Экзаменационная работа содержит задания только базового уровня сложности.

7. Продолжительность ЕГЭ по математике базового уровня

На выполнение экзаменационной работы отводится 3 часа (180 минут).

8. Дополнительные материалы и оборудование

Перечень дополнительных устройств и материалов, пользование которыми разрешено на ЕГЭ, утвержден приказом Минобрнауки России. Необходимые справочные материалы выдаются вместе с текстом экзаменационной работы. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

9. Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом

Правильное решение каждого из заданий 1–20 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби, или последовательности цифр.

Максимальный первичный балл за всю работу – 20.

10. Изменения в КИМ ЕГЭ 2018 года в сравнении с 2017 годом

Изменения структуры и содержания КИМ отсутствуют.

Обобщенный план варианта КИМ ЕГЭ 2018 года по МАТЕМАТИКЕ (базовый уровень)

Уровни сложности заданий: Б – базовый.

| № | Проверяемые требования (умения) | Коды проверяемых требований к уровню подготовки (по кодификатору) | Коды проверяемых элементов содержания (по кодификатору) | Уровень сложности задания | Максимальный балл за выполнение задания | Примерное время выполнения задания обучающимся, изучавшим математику на базовом уровне (в минутах) |
|----|---|---|---|---------------------------|---|--|
| 1 | Уметь выполнять вычисления и преобразования | 1.1 | 1.1.1, 1.1.3, 1.4.1 | Б | 1 | 5 |
| 2 | Уметь выполнять вычисления и преобразования | 1.1 | 1.1.3, 1.1.4, 1.4.2 | Б | 1 | 5 |
| 3 | Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 6.3 | 1.1.3 | Б | 1 | 7 |
| 4 | Уметь выполнять вычисления и преобразования | 1.2 | 1.4.1–1.4.3 | Б | 1 | 7 |
| 5 | Уметь выполнять вычисления и преобразования | 1.1–1.3 | 1.4.3, 1.4.4, 1.4.5 | Б | 1 | 8 |
| 6 | Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 6.1 | 1.4.1 | Б | 1 | 8 |
| 7 | Уметь решать уравнения и неравенства | 2.1 | 2.1.1–2.1.6 | Б | 1 | 8 |
| 8 | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели | 4.1, 5.2 | 5.1.1, 5.1.2, 5.1.3, 5.5.1, 5.5.3, 5.5.5 | Б | 1 | 11 |
| 9 | Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 6.1 | 2.1.12, 6.3.1 | Б | 1 | 5 |
| 10 | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели | 5.4 | 6.3.1 | Б | 1 | 11 |
| 11 | Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | 6.2, 3.1 | 6.2.1, 3.1.3 | Б | 1 | 5 |
| 12 | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели | 5.1, 6.1, 6.2 | 1.4.1 | Б | 1 | 12 |
| 13 | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами | 4.2 | 5.3.1–5.3.5, 5.4.1–5.4.3, 5.5.5–5.5.7 | Б | 1 | 12 |

| | | | | | | |
|---|--|---------------|--|---|---|----|
| 14 | Уметь выполнять действия с функциями | 3.3, 6.2, 6.3 | 3.1.1–3.1.3, 3.2.1, 3.2.5, 3.2.6, 4.1.1, 4.1.2, 6.2.1 | Б | 1 | 8 |
| 15 | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами | 4.1 | 5.1.1–5.1.5, 5.5.1, 5.5.3, 5.5.5 | Б | 1 | 9 |
| 16 | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами | 4.2 | 5.3.1–5.3.3, 5.4.1–5.4.3, 5.5.5–5.5.7 | Б | 1 | 9 |
| 17 | Уметь решать уравнения и неравенства | 2.3, 6.1 | 2.2.1–2.2.5 | Б | 1 | 9 |
| 18 | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели | 5.3 | 2.1.12 | Б | 1 | 9 |
| 19 | Уметь выполнять вычисления и преобразования | 1.1 | 1.4.1, 1.4.2 | Б | 1 | 16 |
| 20 | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели | 5.1 | 1.4.1, 1.4.2, 2.2.2 | Б | 1 | 16 |
| <p>Всего заданий – 20; из них по типу заданий: с кратким ответом – 20; по уровню сложности: Б – 20. Максимальный первичный балл за работу – 20. Общее время выполнения работы – 180 минут.</p> | | | | | | |

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Базовый уровень

Справочные материалы

Алгебра

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

| Десятки | Единицы | | | | | | | | | |
|---------|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 |
| 1 | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 |
| 2 | 400 | 441 | 484 | 529 | 576 | 625 | 676 | 729 | 784 | 841 |
| 3 | 900 | 961 | 1024 | 1089 | 1156 | 1225 | 1296 | 1369 | 1444 | 1521 |
| 4 | 1600 | 1681 | 1764 | 1849 | 1936 | 2025 | 2116 | 2209 | 2304 | 2401 |
| 5 | 2500 | 2601 | 2704 | 2809 | 2916 | 3025 | 3136 | 3249 | 3364 | 3481 |
| 6 | 3600 | 3721 | 3844 | 3969 | 4096 | 4225 | 4356 | 4489 | 4624 | 4761 |
| 7 | 4900 | 5041 | 5184 | 5329 | 5476 | 5625 | 5776 | 5929 | 6084 | 6241 |
| 8 | 6400 | 6561 | 6724 | 6889 | 7056 | 7225 | 7396 | 7569 | 7744 | 7921 |
| 9 | 8100 | 8281 | 8464 | 8649 | 8836 | 9025 | 9216 | 9409 | 9604 | 9801 |

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращенного умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Степень и логарифм

Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма при $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

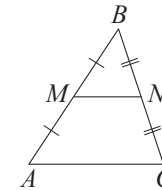
$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a b^k = k \log_a b$$

Геометрия

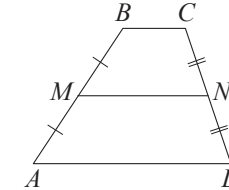
Средняя линия треугольника и трапеции



MN — ср. лин.

$$MN \parallel AC$$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



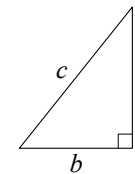
$BC \parallel AD$

MN — ср. лин.

$$MN \parallel AD$$

$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Теорема Пифагора

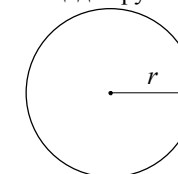


$$a^2 + b^2 = c^2$$

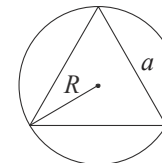
Длина окружности
Площадь круга

$$C = 2\pi r$$

$$S = \pi r^2$$

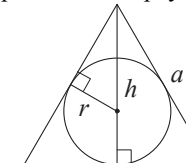


Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

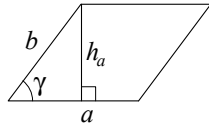


$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Площади фигур

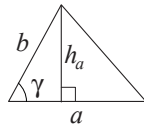
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = absin \gamma$$

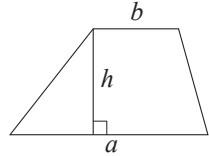
Треугольник



$$S = \frac{1}{2}ah_a$$

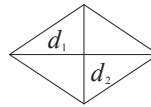
$$S = \frac{1}{2}absin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

Ромб

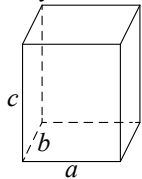


d_1, d_2 – диагонали

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

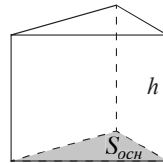
Площади поверхностей и объёмы тел

Прямоугольный параллелепипед



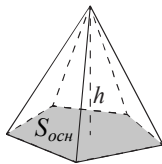
$$V = abc$$

Прямая призма



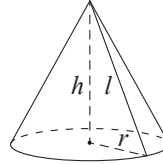
$$V = S_{осн}h$$

Пирамида



$$V = \frac{1}{3}S_{осн}h$$

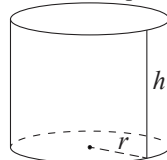
Конус



$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$S_{бок} = \pi r l$$

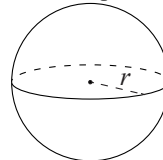
Цилиндр



$$V = \pi r^2 h$$

$$S_{бок} = 2\pi r h$$

Шар

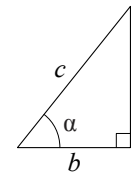


$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$S = 4\pi r^2$$

Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

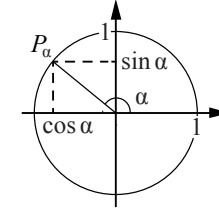


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



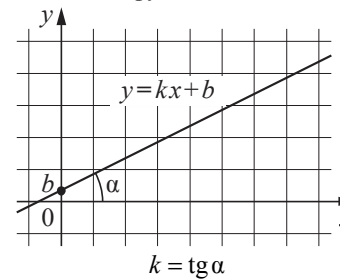
Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

| α | радианы | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π |
|----------------------------|---------|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-------------|------------------|-------------|
| | градусы | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° | 270° | 360° |
| $\sin \alpha$ | | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | 0 | -1 | 0 |
| $\cos \alpha$ | | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | -1 | 0 | 1 |
| $\operatorname{tg} \alpha$ | | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | — | 0 | — | 0 |

Функции

Линейная функция



Геометрический смысл производной

