

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение заданий варианта КИМ по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, как они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

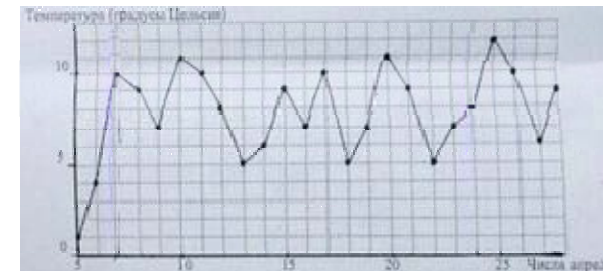
Желаем успеха!

Ответом к заданиям этой части (В1–В10) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В1. В летнем лагере 310 детей и 28 воспитателей. В автобус помещается не более 40 пассажиров. Какое наименьшее число автобусов требуется заказать, чтобы перевести всех детей и воспитателей из лагеря в город?

В2. В старинной книге полезных советов «Домострой» имеется рецепт десерта Шарлотка. Для приготовления Шарлотки следует взять 12 фунтов яблок. Сколько килограммов яблок надо взять хозяйке для приготовления Шарлотки? Считайте, что 1 фунт равен 400 грамм.

В3. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Сочи каждый день с 5 по 28 апреля 1998 года. На оси абсцисс отмечены дни, на оси ординат – температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку наибольшую среднесуточную температуру воздуха в Сочи в период с 7 по 24 апреля.

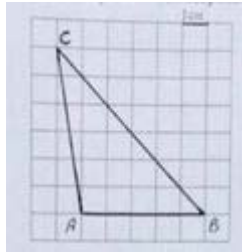


В4. Для группы иностранных гостей требуется купить 30 путеводителей. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Цена путеводителя и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Интернет-магазин	Цена одного путеводаителя (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	255	350	Нет
Б	270	300	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 8000 р.
В	245	450	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 7500 р.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант покупки с доставкой?

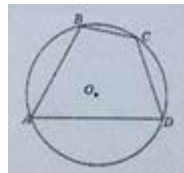
В5. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см x 1 см изображен треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB (в сантиметрах).



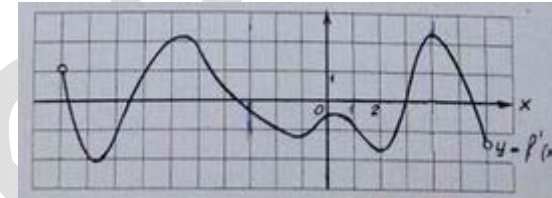
В6. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 49 шахматистов среди которых 7 участников из России, в том числе Иван Котов. Найдите вероятность того, что в первом туре Иван Котов будет играть с каким-либо шахматистом из России.

В7. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+2} = 5^{x+5}$

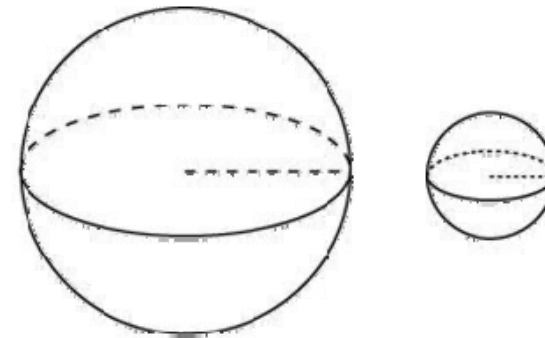
В8. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 65° и 41° . Найдите больший из оставшихся углов этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



В9. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ - производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10;6)$. В какой точке отрезка $[-3;4]$ функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение?



В10. Даны два шара. Диаметр первого шара в 8 раз больше диаметра второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?



Часть 2

Ответом к заданиям этой части (В11–В15) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В11. Найдите значение выражения $\sqrt{72} - \sqrt{288} \sin^2 \frac{21\pi}{8}$

B12. Гоночный автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч². Скорость v в конце пути вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l - пройденный автомобилем путь. Определите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль чтобы, проехав 250 метров, приобрести скорость 60 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

B13. Диагональ куба равна $\sqrt{48}$. Найдите объем куба.

B14. Имеется два раствора. Первый содержит 10% соли, второй – 30% соли. Из этих двух растворов получили третий раствор массой 200 кг, содержащий 25% соли. На сколько килограммов масса первого раствора меньше массы второго?

B15. Найдите точку максимума функции $y = 2\ln(x + 4)^3 - 8x - 19$

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Дано уравнение $\cos x + \sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) + 1 = 0$

а) Решите уравнение .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$

C2. В правильной треугольной пирамиде MABC с основанием ABC сторона основания равна 8, а боковое ребро равно 16. На ребре AC находится точка D, на ребре AB находится точка E, а на ребре AM – точка L. Известно, что CD=BE=LM=4. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E, D, L

C3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{11-x}(x+7) \cdot \log_{x+5}(9-x) \leq 0 \\ 64^{x^2-3x+20} - 0,125^{2x^2-6x-200} \leq 0 \end{cases}$$

C4. Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H.

а) Докажите, что $\angle AHB_1 = \angle ACB$

б) Найдите BC, если $AH = 21$ и $\angle BAC = 30^\circ$

C5. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(\log_8(x+a) - \log_8(x-a))^2 - 12a(\log_8(x+a) - \log_8(x-a)) + 35a^2 - 6a - 9 = 0$$

имеет ровно два решения

C6. Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценки – целое число баллов от 0 до 12 включительно. Известно, что все эксперты выставили различные оценки. По старой системе оценивания рейтинг фильма определяется как среднее арифметическое всех оценок экспертов. По новой системе оценивания рейтинг фильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и считается среднее арифметическое пяти оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, быть равна $\frac{1}{25}$?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, быть равна $\frac{1}{35}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.

Приложение.

Другие типы заданий части С

C1.1. а) Решите уравнение $2 \cos^2 x - 5 \cos\left(-\frac{3\pi}{2} - x\right) + 1 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$

C1.2. а) Решите уравнение $\sin\left(2x - \frac{7\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 8x\right) + \cos 6x = 1$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

C1.3. а) Решите уравнение $\frac{2}{\operatorname{tg}^2 x + 1} = \sin 2x$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$

C1.4. а) Решите уравнение $\cos^2 x + \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 1$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

C1.5. а) Решите уравнение $2 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin x - 10 \sin x - 5\sqrt{2} = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

C2.1 Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 4, а боковое ребро 6. Через середины двух смежных сторон основания проведено сечение параллельно пересекающему их боковому ребру. Найдите площадь сечения.

C2.2 Сторона основания правильной треугольной пирамиды $SABC$ равна 9, а боковое ребро 12. На ребре основания AC находится точка L , на ребре основания AB – точка M , а на боковом ребре AS – точка K . Известно, что $CL=BM=SK=3$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки L , M и K .

C2.3 В основании пирамиды $SABCD$ лежит ромб $ABCD$, сторона которого равна 12, а диагональ $BD=6$. Высота пирамиды SO проходит через точку пересечения диагоналей ромба и равна $3\sqrt{13}$. Точки E и F лежат на ребрах AD и AB соответственно, причем $AE=4$, $FB=8$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, параллельной ребру SC и проходящей через точки E и F .

C2.4 Через сторону AB основания ABC правильной треугольной пирамиды $PABC$ проведена плоскость, перпендикулярная ребру PC . Найдите площадь сечения, если сторона основания 8, а боковое ребро 16.

C2.5 В основании треугольной пирамиды $SABC$ лежит прямоугольный треугольник ABC . Середина D гипотенузы AB этого треугольника является основанием высоты SD данной пирамиды. Известно, что $SD=2$, $AC=4$, $BC=3$. Через середину высоты SD проведено сечение пирамиды плоскостью, параллельной ребрам AC и SB . Найдите площадь этого сечения.

C3.1 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2^x + 16 \cdot 2^{-x} \geq 17 \\ 2 \log_9(4x^2 + 1) \leq \log_3(3x^2 + 4x + 1) \end{cases}$$

C3.2 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{7-x}(x+2) \leq \log_{7-x}(3-x) \\ 32 \cdot 9^x \leq 60 \cdot 3^x - 7 \end{cases}$$

С3.3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{3+x}(x-3) \cdot \log_{6-x}(x+4) \leq 0 \\ 4^{2x^2-5x+3} - 0,25^{-x^2-6x+25} \leq 0 \end{cases}$$

С3.4 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0 \\ 2^{x^2+3} - 8^{x+1} \geq 0 \end{cases}$$

С3.5 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^x - 2^{x+8} \leq 257 \\ 2 \log_{x+7} \left(\frac{x^2 - x - 56}{x} \right)^2 + \log_{x+7} \frac{x-8}{x} \leq 9 \end{cases}$$

С5.1 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(\log_7(2x+2a) - \log_7(2x-2a))^2 - 8a(\log_7(2x+2a) - \log_7(2x-2a)) + 12a^2 + 8a - 4 = 0$$

имеет ровно два решения

С5.2 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(|x-2| + |x+a|)^2 - 7(|x-2| + |x+a|) - 4a \cdot (4a-7) = 0$$

имеет ровно два решения

С5.3 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(x^2 - 4ax + a(4a-1))^2 - 3(x^2 - 4ax + a(4a-1)) - |a|(|a|-3) = 0$$

имеет более двух корней

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8
9	4,8	11	7800	2,5	0,125	-3	139

B9	B10	B11	B12	B13	B14	B15
3	64	-6	7200	64	100	-3,25